

ΟΝΟΜ/ΜΟ :

ΘΕΜΑ 1^ο

α) Να δείξετε ότι: Η εφαπτομένη του κύκλου $C: x^2+y^2 = \rho^2$, σε ένα σημείο του $A(x_1, y_1)$ είναι:
 $xx_1+yy_1=\rho^2$

β) Να χαρακτηρίσετε Σωστό (Σ)-Λάθος (Λ) τα παρακάτω:

1) Αν $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| |\vec{\beta}|$

2) Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ τότε ισχύει $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = x_1 y_1 + x_2 y_2$

3) Αν $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ και $M(x, y)$ το μέσον του AB , τότε $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

ΜΟΝΑΔΕΣ: 10+5+5+5

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(-1, 2)$, $B(3, -2)$, $\Gamma(1, 4)$.

α) Να βρεθεί η εξίσωση της $B\Gamma$.

β) Να βρεθεί η απόσταση της κορυφής A από την πλευρά $B\Gamma$.

γ) Να βρεθεί το $(AB\Gamma)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ: 10+5+10

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται ο κύκλος $C_1: (x-a)^2 + y^2 = 4a^2$ και η παραβολή $C_2: y^2 = 4ax$, $a > 0$. Να δείξετε ότι:

α) Ο C_1 έχει κέντρο την εστία της C_2 και εφάπτεται στην διευθετούσα αυτής

β) Ο C_1 και η C_2 τέμνονται στα σημεία $A(a, 2a)$ και $B(a, -2a)$.

γ) Οι εφαπτόμενες της C_2 στα σημεία A και B είναι κάθετες και τέμνονται πάνω στην διευθετούσα.

ΜΟΝΑΔΕΣ: 5+8+12

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\vec{AB} = 2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$, $\vec{A\Gamma} = 3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ και Δ ύψος του. Αν για τα

διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύουν: $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 1$ και $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$, τότε :

α) Να αποδείξετε ότι $|\vec{B\Gamma}| = \sqrt{2}$

β) Να αποδείξετε ότι $\vec{B\Delta} = \frac{1}{2}(\vec{\alpha} - \vec{\beta})$.

γ) Να αποδείξετε ότι $|\vec{A\Delta}| = \frac{5}{2}\sqrt{2}$

ΜΟΝΑΔΕΣ: 5+10+10