

ΘΕΜΑ 1°

A. Έστω δυο μη μηδενικά διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .

i) Να δώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ .

ii) Αν  $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$  να εκφράσετε το εσωτερικό γινόμενο με τις συντεταγμένες των διανυσμάτων,  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \dots$

Μονάδες 6

B. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη  $\epsilon$  του κύκλου C:  $x^2 + y^2 = \rho^2$  σε ένα σημείο του  $A(x_1, y_1)$  έχει εξίσωση  $xx_1 + yy_1 = \rho^2$ .

Μονάδες 7

Γ. Σε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 12

Γ1. Το διάνυσμα  $\vec{n} = (2, -3)$  είναι κάθετο στην ευθεία:

A. $3x + 2y + 1 = 0$	B. $3x - 2y + 1 = 0$	Γ. $2x + 3y + 1 = 0$	Δ. $2x - 3y + 1 = 0$
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

Γ2. Το κέντρο του κύκλου που έχει διάμετρο AB με  $A(1, -3)$  και  $B(7, 5)$  έχει συντεταγμένες

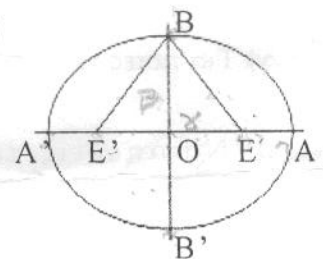
A. (4, 4)	B. (3, 4)	Γ. (4, -4)	Δ. (4, 1)
-----------	-----------	------------	-----------

Γ3. Η εξίσωση  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει κύκλο, όταν:

A. $A^2 + B^2 > 4\Gamma$	B. $A^2 + B^2 = 4\Gamma$	Γ. $A^2 + B^2 < 4\Gamma$
--------------------------	--------------------------	--------------------------

Γ4. Στο διπλανό σχήμα τα σημεία  $E', E$  είναι οι εστίες της έλλειψης  $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ . Το μήκος του BE είναι

A. $BE > \alpha$	B. $BE = \alpha$	Γ. $BE < \alpha$
------------------	------------------	------------------



### ΘΕΜΑ 2°

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}=(4, -3)$  και  $\vec{\beta}=(1, -2)$ .

α) Να δείξετε ότι  $18\vec{\alpha} - 42\vec{\beta} = (30, 30)$  και  $4\vec{\alpha} - 16\vec{\beta} = (0, 20)$ .

Μονάδες 8

β) Να βρείτε την γωνία των διανυσμάτων  $18\vec{\alpha} - 42\vec{\beta}$  και  $4\vec{\alpha} - 16\vec{\beta}$

Μονάδες 7

γ) Να αναλυθεί το διάνυσμα  $\vec{\alpha}$  σε δυο κάθετες συνιστώσες, από τις οποίες η μια να είναι παράλληλη στο διάνυσμα  $\vec{\beta}$ .

Μονάδες 10

### ΘΕΜΑ 3°

Δίνονται μια παραβολή  $C_1$  με εξίσωση:  $y^2 = 6x$  και ένας κύκλος  $C_2$  με εξίσωση:

$$C_2 : x^2 + y^2 = 16$$

α) Να βρείτε την διευθετούσα  $\delta$  και την εστία  $E$  της παραβολής  $C_1$ .

Μονάδες 8

β) Να βρείτε την εξίσωση και την εκκεντρότητα της έλλειψης, που έχει κέντρο την αρχή  $O$  των αξόνων, μία εστία της κοινή με την εστία  $E$  της παραβολής  $C_1$  και μεγάλο άξονα ( $A'A = 2a$ ) ίσο με την ακτίνα  $R$  του κύκλου  $C_2$ .

Μονάδες 9

γ) Να βρείτε τα κοινά σημεία  $P_1$  και  $P_2$  των κωνικών τομών  $C_1$  και  $C_2$ .

Μονάδες 8

### ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται οι κύκλοι  $C_1 : x^2 + y^2 = 1$  και  $C_2 : x^2 + y^2 - 4x = 0$  και η ευθεία  $y = \lambda x + \beta$ , όπου  $\lambda, \beta \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου  $C_2$ .

Μονάδες 7

β) Ποιες είναι οι αποστάσεις των κέντρων των κύκλων  $C_1$  και  $C_2$  από την ευθεία;

Μονάδες 6

γ) Για ποιες τιμές των  $\lambda$  και  $\beta$  η ευθεία εφάπτεται στους δύο κύκλους;

Μονάδες 6

δ) Να αποδείξετε ότι οι κοινές εφαπτόμενες των κύκλων  $C_1$  και  $C_2$  τέμνονται πάνω στον άξονα  $x'x$  και σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $60^\circ$

Μονάδες 6