mathematica.gr

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

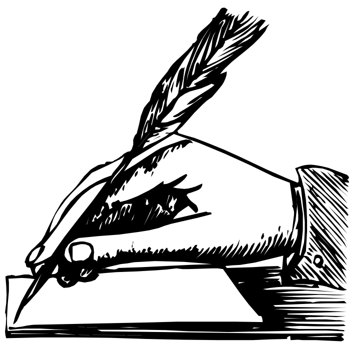
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 30 ΜΑΪΟΥ 2014

Λύσεις

των

θεμάτων



Έκδοση 1η (30/05/2014, 15:00)

Οι απαντήσεις και οι λύσεις
είναι αποτέλεσμα συλλογικής δουλειάς
των Επιμελητών των φακέλων του Λυκείου
του Δικτυακού Τόπου **mathematica.gr**
με βάση υλικό που αναρτήθηκε στο mathematica
http://www.mathematica.gr/forum/viewtopic.php?f=133&t=44512

Συνεργάστηκαν οι:
Στράτης Αντωνέας, Ανδρέας Βαρβεράκης, Βασίλης Κακαβάς,
Γιώργης Καλαθάκης, Φωτεινή Καλδή, Σπύρος Καρδαμίτσης,
Νίκος Κατσίπης, Στάθης Κούτρας, Χρήστος Κυριαζής,
Γρηγόρης Κωστάκος, Βαγγέλης Μουρούκος, Ροδόλφος Μπόρης,
Μίλτος Παπαγρηγοράκης, Λευτέρης Πρωτοπαπάς, Γιώργος Ρίζος,
Σωτήρης Στόγιας, Αλέξανδρος Συγκελάκης, Αχιλλέας Συνεφακόπουλος,
Κώστας Τηλέγραφος, Χρήστος Τσιφάκης

Το **Δελτίο** διατίθεται ελεύθερα
από το δικτυακό τόπο **mathematica.gr**

mathematica.gr

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 30 ΜΑΪΟΥ 2014

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και c σταθερός πραγματικός αριθμός, να αποδείξετε με τη χρήση του ορισμού της παραγώγου ότι

$$\left(c\cdot f(x)\right)' = c\cdot f'(x),\ \text{για κάθε } x\in\mathbb{R}$$

Μονάδες 7

Α2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

Α3. Πότε μια ποσοτική μεταβλητή λέγεται διακριτή και πότε συνεχής;

Μονάδες 4

Α4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Αν για τη συνάρτηση f ισχύει $f'(x_0)=0$, για $x_0\in(\alpha,\beta)$ και η παράγωγός της f' διατηρεί πρόσημο εκατέρωθεν του x_0, τότε η f είναι γνησίως μονότονη στο (α, β) και δεν παρουσιάζει ακρότατο στο διάστημα αυτό.

(μονάδες 2)

β) Για δύο οποιαδήποτε ενδεχόμενα Α, Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει:

$$P(A-B)=P(B)-P(A\cap B)$$

(μονάδες 2)

γ) Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκονται στο διάστημα $(\bar{x}-s,\bar{x}+s)$, όπου $\bar{x}$ η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

(μονάδες 2)

δ) Αν x_i είναι τιμή μιας ποσοτικής μεταβλητής X, τότε η αθροιστική συχνότητα N_i εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες της τιμής x_i

(μονάδες 2)

ε) Το κυκλικό διάγραμμα είναι ένας κυκλικός δίσκος χωρισμένος σε κυκλικούς τομείς, τα εμβαδά ή, ισοδύναμα, τα τόξα των οποίων είναι ανάλογα προς τις αντίστοιχες συχνότητες ν_i ή τις σχετικές συχνότητες f_i των τιμών x_i της μεταβλητής.

(μονάδες 2)

Μονάδες 10

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Α1. Θεώρημα, σχολικό βιβλίο σελίδα 30.

Α2. Ορισμός, σχολικό βιβλίο σελίδα 13.

Α3. Ορισμός, σχολικό βιβλίο σελίδα 59.

Α4. **α)** Σ, προκύπτει από τη σελίδα 40

β) Λ, σελίδα 152

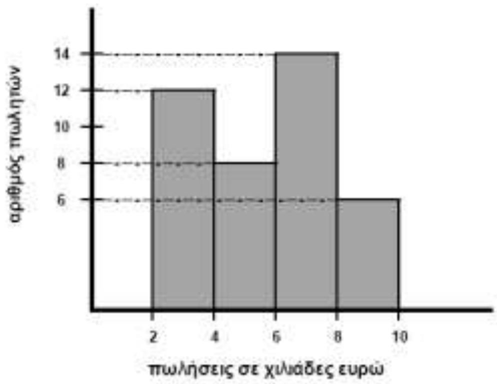
γ) Λ, σελίδα 95

δ) Λ, σελίδα 66

ε) Σ, σελίδα 70

ΘΕΜΑ Β

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το ιστόγραμμα συχνοτήτων, το οποίο παριστάνει τις πωλήσεις σε χιλιάδες ευρώ που έγιναν από τους πωλητές μιας εταιρείας κατά τη διάρκεια ενός έτους.



Β1. Να βρείτε το πλήθος των πωλητών της εταιρείας.

Μονάδες 5

Β2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων της κατανομής των πωλήσεων κατάλληλα συμπληρωμένο, δικαιολογώντας τη στήλη με τις σχετικές συχνότητες f_i, $i=1,2,3,4$

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i
[· , ·)			
[· , ·)			
[· , ·)			
[· , ·)			
Σύνολο			

Μονάδες 8

Β3. **α)** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των πωλήσεων του έτους.

(μονάδες 6)

β) Να βρείτε το πλήθος των πωλητών που έκαναν πωλήσεις τουλάχιστον 4,5 χιλιάδων ευρώ (θεωρούμε ότι οι παρατηρήσεις κάθε κλάσης είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες).

(μονάδες 6)

Μονάδες 12

ΛΥΣΗ

Β1. Από το ιστόγραμμα συχνοτήτων αν $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4$ είναι οι συχνότητες της κατανομής των πωλήσεων και ν το πλήθος των πωλητών της εταιρείας τότε

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 12 + 8 + 14 + 6 = 40$$

Β2.

κλάσεις	x_i	ν_i	f_i
[2 , 4)	3	12	0,30
[4 , 6)	5	8	0,20
[6 , 8)	7	14	0,35
[8 , 10)	9	6	0,15
Σύνολο		40	1,00

$$f_1 = \frac{\nu_1}{\nu} = \frac{12}{40} = 0,3 \ , \ f_2 = \frac{\nu_2}{\nu} = \frac{8}{40} = 0,2 \ , \ f_3 = \frac{\nu_3}{\nu} = \frac{14}{40} = 0,35 \ , \ f_4 = \frac{\nu_4}{\nu} = \frac{6}{40} = 0,15$$

Β3.

α)

κλάσεις	x_i	ν_i	f_i	$x_i \nu_i$
[2 , 4)	3	12	0,30	36
[4 , 6)	5	8	0,20	40
[6 , 8)	7	14	0,35	98
[8 , 10)	9	6	0,15	54
Σύνολο		40	1,00	228

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i \cdot \nu_i}{\nu} = \frac{36 + 40 + 98 + 54}{40} = \frac{228}{40} = 5,7 \text{ χιλιάδες ευρώ.}$$

β) Το πλήθος των πωλητών που έκαναν πωλήσεις τουλάχιστον 4,5 χιλιάδων ευρώ είναι ίσος με το άθροισμα των συχνοτήτων των κλάσεων [4,5 , 6), [6, 8), [8, 10) και αφού οι παρατηρήσεις κάθε κλάσης είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες, το ζητούμενο πλήθος πωλητών είναι ίσο με

$$\frac{3}{4}\nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 6 + 14 + 6 = 26$$

ΘΕΜΑ Γ

Ένα δοχείο περιέχει κόκκινες (Κ), άσπρες (Α) και πράσινες (Π) μπάλες. Επιλέγουμε τυχαία μία μπάλα. Η πιθανότητα να προκύψει κόκκινη μπάλα είναι $P(K)=x_1$, ενώ η πιθανότητα να προκύψει άσπρη μπάλα είναι $P(A)=x_2$, όπου x_1, x_2 είναι οι θέσεις των τοπικών ακροτάτων της συνάρτησης

$$f(x)=4x^3-\frac{7}{2}x^2+x-1,\ x\in IR \text{ με } x_1<x_2$$

Γ1. Να βρείτε τις πιθανότητες P(K), P(A) και P(Π), όπου P(Π) η πιθανότητα να προκύψει πράσινη μπάλα.

Μονάδες 10

Γ2. Αν $P(K)=\frac{1}{4}$ και $P(A)=\frac{1}{3}$, να βρείτε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων:

Γ: «η μπάλα που επιλέγεται τυχαία να είναι κόκκινη ή άσπρη»

Δ: «η μπάλα που επιλέγεται τυχαία να είναι ούτε κόκκινη ούτε άσπρη»

Ε: «η μπάλα που επιλέγεται τυχαία να είναι άσπρη ή να μην είναι πράσινη».

Μονάδες 9

Γ3. Αν οι άσπρες μπάλες είναι κατά τέσσερις (4) λιγότερες από τις πράσινες μπάλες, να βρείτε πόσες μπάλες έχει το δοχείο.

Μονάδες 6

ΛΥΣΗ

Γ1. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με $f'(x)=12x^2-7x+1$

Είναι

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 12x^2-7x+1=0 \Leftrightarrow \left(x=\frac{1}{3} \text{ ή } x=\frac{1}{4}\right)$$

Είναι

$$f'(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty,\frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$$

δηλαδή η f είναι γνησίως αύξουσα σε κάθε ένα από τα διαστήματα $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right]$ και $\left[\frac{1}{3},+\infty\right)$.

Είναι

$$f'(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right)$$

δηλαδή η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right]$.

Συνεπώς η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x=\frac{1}{4}$ και τοπικό ελάχιστο στο $x=\frac{1}{3}$.

Άρα αφού $x_1<x_2$ θα είναι $x_1=\frac{1}{4}$ και $x_2=\frac{1}{3}$,

συνεπώς $P(K)=\frac{1}{4}$ και $P(A)=\frac{1}{3}$.

x	-∞		1/4		1/3		+∞
f'(x)		+	0	-	0	+	
f(x)		↗	Τ.Μ.	↘	Τ.Ε.	↗	

Αν Ω είναι ο δειγματικός χώρος τότε $\Omega=K\cup A\cup \Pi$.

Άρα $\Pi=(A\cup K)'$ και επειδή τα ενδεχόμενα K, A, Π είναι ασυμβίβαστα ανά δύο, είναι

$$P(\Pi)=P\left((A\cup K)'\right)=1-P(A\cup K)\;=1-P(A)-P(K)=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$$

Γ2. Είναι $\Gamma=A\cup K$ άρα από τον απλό προσθετικό νόμο έχουμε $P(A\cup K)=P(A)+P(K)=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$

Εάν η μπάλα που επιλέγεται δεν είναι ούτε κόκκινη ούτε άσπρη, είναι υποχρεωτικά πράσινη συνεπώς $\Delta=\Pi$ οπότε $P(\Delta)=P(\Pi)=\frac{5}{12}$.

Τέλος, ισχύει $E=A\cup \Pi'=A\cup(A\cup K)$ και επειδή $A\subseteq A\cup K$ άρα $A\cup(A\cup K)=A\cup K=\Gamma$

άρα $E=\Gamma$ οπότε $P(E)=P(\Gamma)=\frac{7}{12}$.

Γ3. Αν $N(A), N(\Pi), N(\Omega)$ είναι το πλήθος των στοιχείων των ενδεχομένων A, Π και του δειγματικού χώρου Ω αντίστοιχα τότε σύμφωνα με την εκφώνηση έχουμε $N(A)=N(\Pi)-4$.

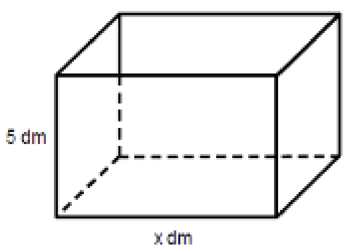
Διαιρώντας την τελευταία με $N(\Omega)\neq 0$ παίρνουμε τελικά

$$P(A)=P(\Pi)-\frac{4}{N(\Omega)}\Leftrightarrow \frac{1}{3}=\frac{5}{12}-\frac{4}{N(\Omega)}\;\Leftrightarrow \frac{4}{N(\Omega)}=\frac{1}{12}\Leftrightarrow N(\Omega)=48$$

Άρα το δοχείο περιέχει 48 μπάλες.

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε ένα κουτί σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με βάση ορθογώνιο και **ανοικτό από πάνω.**
Το ύψος του κουτιού είναι 5 dm.
Η βάση του κουτιού έχει σταθερή περίμετρο 20 dm και μία πλευρά της είναι x dm με 0 < x < 10.



Δ1. Να αποδείξετε ότι η συνολική επιφάνεια του κουτιού ως συνάρτηση του x είναι

$$E(x) = -x^2 + 10x + 100,\ x \in (0,10)$$

και να βρείτε για ποια τιμή του x το κουτί έχει μέγιστη επιφάνεια.

Μονάδες 8

Στη συνέχεια, θεωρούμε τα σημεία $A_i\ (x_i\ ,\ y_i\ )$, όπου $y_i = E\ (x_i)$, i= 1, 2,...,15
με $5 = x_1 < x_2 < ... < x_{14} < x_{15} = 9$.

Δ2. Αν το δείγμα των τετμημένων x_i , i = 1, 2,...,15 των παραπάνω σημείων $A_i\ (x_i\ ,\ y_i\ )$,

- δεν είναι ομοιογενές
- έχει μέση τιμή $\bar{x} = 8$ και
- τυπική απόκλιση s τέτοια, ώστε

$$2s^2 - 5s + 2 = 0$$

τότε:

α) να αποδείξετε ότι s = 2

(μονάδες 4)

β) να βρείτε τη μέση τιμή των x_i^2 , με i = 1, 2,...,15

Δίνεται ότι: $s^2 = \dfrac{1}{\nu}\left\{\sum_{i=1}^{\nu} t_i^2 - \dfrac{\left(\sum_{i=1}^{\nu} t_i\right)^2}{\nu}\right\}$

(μονάδες 4)

Μονάδες 8

Δ3. Επιλέγουμε τυχαία ένα από τα παραπάνω σημεία $A_i\ (x_i\ ,\ y_i\ )$, i = 1, 2,...,15 .
Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου:

$$B = \{A_i(x_i, y_i), i = 1,2,...,15 \text{ τέτοια ώστε } y_i > -4x_i + 9R + 1\},$$

όπου R είναι το εύρος των $y_i = E\ (x_i)$, i= 1, 2,...,15

Μονάδες 9

ΛΥΣΗ

Δ1. Αφού η περίμετρος Π του ορθογωνίου της βάσης είναι $20\,dm$ άρα, αν y είναι η άλλη πλευρά του ορθογωνίου της βάσης έχουμε

$$2x + 2y = 20 \text{ δηλαδή } y = 10 - x \text{ με } y > 0 \Leftrightarrow x < 10 \text{ και φανερά } x > 0$$

Συνεπώς επειδή έχουμε ένα ορθογώνιο με διαστάσεις x, y, αφού το κουτί είναι ανοιχτό από πάνω, δύο ορθογώνια διαστάσεων 5 και x και δύο ορθογώνια διαστάσεων 5 και y, άρα η συνολική επιφάνεια του κουτιού ως συνάρτηση του x είναι

$$\begin{aligned} E(x) &= x(10-x)+5x+5x+5(10-x)+5(10-x)= \\ &= 10x-x^2+5x+5x+50-5x+50-5x= \\ &= -x^2+10x+100,\ \ x\in(0,10) \end{aligned}$$

Η συνάρτηση $E(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $(0,10)$ ως πολυωνυμική με $E'(x)=-2x+10$ και ισχύει $E'(x)=0 \Leftrightarrow x=5$.

$E'(x)<0 \Leftrightarrow -2x+10<0 \Leftrightarrow x>5$ συνεπώς η συνάρτηση $E(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[5,10)$.

Επίσης $E'(x)>0 \Leftrightarrow -2x+10>0 \Leftrightarrow x<5$ συνεπώς η συνάρτηση $E(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(0,5]$.

x	0		5		10
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗	125	↘	

Άρα η συνάρτηση $E(x)$ παρουσιάζει μέγιστο για $x=5$.

Δ2. α) Είναι $2s^2-5s+2=0 \Leftrightarrow \left(s=2 \ \text{ ή } \ s=\frac{1}{2}\right)$.

Αν $s=\frac{1}{2}$ τότε $CV=\frac{s}{\bar{x}}=\frac{1}{16}<0,1$ άρα το δείγμα είναι ομοιογενές οπότε η τιμή $s=\frac{1}{2}$ απορρίπτεται.

Αν $s=2$ τότε $CV=\frac{s}{\bar{x}}=\frac{1}{4}>0.1$ άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές οπότε η τιμή $s=2$ είναι δεκτή. Άρα $s=2$.

β) Αν συμβολίσουμε με $\overline{x^2}$ τη μέση τιμή των x_i^2, $i=1,2,...,15$ τότε από το δοσμένο τύπο έχουμε

$$s^2=\frac{1}{\nu}\left\{\sum_{i=1}^{\nu}x_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{\nu}x_i\right)^2}{\nu}\right\} \Leftrightarrow 4=\frac{\sum_{i=1}^{15}x_i^2}{15}-\left(\frac{\sum_{i=1}^{15}x_i}{15}\right)^2 \Leftrightarrow 4=\overline{x^2}-\bar{x}^2 \Leftrightarrow \overline{x^2}=68.$$

Άρα η ζητούμενη μέση τιμή των x_i^2, $i=1,2,...,15$ είναι $\overline{x^2}=68$

Δ3. Η συνάρτηση $E(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[5,10)$ άρα αφού $5=x_1<x_2<\cdots<x_{15}=9$ προκύπτει

$$125=E(5)=E(x_1)>E(x_2)>\cdots E(x_{15})=E(9)=109$$

συνεπώς το εύρος των τιμών R είναι $R=125-109$ δηλαδή $R=16$

Όμως

$$\begin{aligned} E(x_i)=y_i>-4x_i+9R+1 &\Leftrightarrow -x_i^2+10x_i+100>-4x_i+145 \\ &\Leftrightarrow x_i^2-14x_i+45<0 \\ &\Leftrightarrow x_i\in(5,9) \end{aligned}$$

άρα τα μόνα σημεία A_i που εξαιρούμε από το δειγματικό χώρο των 15 σημείων είναι τα A_1 και A_{15}. Συνεπώς $B=\{A_2,A_3,\cdots,A_{14}\}$ οπότε αν $N(B),N(\Omega)$ είναι το πλήθος των στοιχείων του B και το πλήθος των στοιχείων του δειγματικού χώρου Ω τότε $N(B)=13$ και $N(\Omega)=15$ άρα τελικά $P(B)=\frac{13}{15}$.

ΣΧΟΛΙΑ:

Εναλλακτικές αποδείξεις

Γ2. Για το $P(A\cup \Pi')$ μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι $A\subseteq \Pi'$ κι άρα $A\cup \Pi'=\Pi'$, συνεπώς

$$P(E)=P(A\cup \Pi')=P(\Pi')=1-P(\Pi)=1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}.$$

Εναλλακτικά κάποια ερωτήματα του **Γ2**:

$$P(\Delta)=P\Big(\left(K\cup A\right)'\Big)=1-P\left(K\cup A\right)=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$$

$$\begin{aligned}P(E)&=P\left(A\cup \Pi'\right)=P\left(A\right)+P\left(\Pi'\right)-P\left(A\cap \Pi'\right)=\\&=P\left(A\right)+1-P\left(\Pi\right)-P\left(A-\Pi\right)=\\&=P\left(A\right)+1-P\left(\Pi\right)-P\left(A\right)+P\left(A\cap \Pi\right)=\\&=1-P\left(\Pi\right)=1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}\end{aligned}$$

Γ3.

Έστω $\nu=N(\Omega)$. Τότε

$$N(A)=\nu P(A)=\frac{\nu}{3}=\frac{4\nu}{12} \text{ και } N(\Pi)=\nu P(\Pi)=\frac{5\nu}{12}.$$

Αφού $N(\Pi)-N(A)=4$, είναι $\frac{5\nu}{12}-\frac{4\nu}{12}=4 \Leftrightarrow \frac{\nu}{12}=4$.

Λύνοντας ως προς ν παίρνουμε $\nu=48$.

Δ1. Η συνάρτηση $E(x)$ είναι τριώνυμο δευτέρου βαθμού με $\alpha=-1<0$ άρα ως γνωστόν από τη θεωρία του τριωνύμου παρουσιάζει μέγιστο στη θέση $x=-\frac{\beta}{2\alpha}=-\frac{10}{2\cdot(-1)}=5$.

Δ2. Για την απόρριψη της τιμής $s=\frac{1}{2}$ μπορούμε να εργαστούμε ως εξής:

Είναι

$$\begin{aligned}s^2&=\frac{\left(x_1-\bar{x}\right)^2+\left(x_2-\bar{x}\right)^2+\ldots+\left(x_{15}-\bar{x}\right)^2}{15}=\frac{\left(5-8\right)^2+\left(x_2-\bar{x}\right)^2+\ldots+\left(9-8\right)^2}{15}\\&=\frac{2}{3}+\frac{\left(x_2-\bar{x}\right)^2+\left(x_3-\bar{x}\right)^2+\ldots+\left(x_{14}-\bar{x}\right)^2}{15}>\frac{1}{4} \quad\Rightarrow\quad s>\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Σχόλιο: Δεν χρησιμοποιήθηκε ότι το δείγμα είναι ανομοιογενές. Μάλιστα το δείγμα προκύπτει ανομοιογενές αφού από τα παραπάνω έχουμε $s^2>\frac{2}{3}>\frac{16}{25}\Rightarrow s>\frac{4}{5}\Rightarrow \frac{s}{\bar{x}}>\frac{1}{10}$.