ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΤΕΚΝΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ ΤΟΥ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ

ΚΑΙ ΤΕΚΝΑ ΕΛΛΗΝΩΝ ΥΠΑΛΛΗΛΩΝ ΣΤΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ

**ΤΡΙΤΗ 8 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2015**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ**

**ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα ;

**Μονάδες 5**

**Α2.** Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ. Αν

* η f είναι συνεχής στο Δ και
*  για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ,

τότε να αποδείξετε ότι η f είναι σταθερή σε όλο το διάστημα Δ.

**Μονάδες 10**

**Α3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα

 που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση

 είναι λανθασμένη.

 **α.** Το μέτρο της διαφοράς δύο μιγαδικών αριθμών είναι ίσο με την απόσταση των εικόνων τους.

 **β.** Αν  και f(x) > 0 κοντά στο xo, τότε .

 **γ.** Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις και ορίζονται οι fog και gof , τότε ισχύει πάντοτε fog = gof.

 **δ.** Για κάθε  ισχύει  .

 **ε.** Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα . Αν f(x)  0 για κάθε x και η f

 δεν είναι παντού μηδέν στο διάστημα αυτό, τότε .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Αν ο μιγαδικός αριθμός z είναι ρίζα της εξίσωσης ,  με  τότε:

**Β1.** Να αποδείξετε ότι .

**Μονάδες 8**

**Β2.** Να αποδείξετε την ισότητα  (6 μονάδες) και να την ερμηνεύσετε γεωμετρικά (4

 μονάδες).

**Μονάδες 10**

**Β3.** Αν επιπλέον  να βρείτε την τιμή του α.

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση 

**Γ1.** Να βρείτε τις οριζόντιες και κατακόρυφες ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f , εάν

 υπάρχουν.

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x) = 0 έχει μοναδική ρίζα στο διάστημα (1, e).

**Μονάδες 9**

**Γ3.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της

 συνάρτησης f , τον άξονα x΄x και τις ευθείες x = e , x = 2e.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Δ**

Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση , για την οποία ισχύουν:

*  για κάθε  και
* 

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι 

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και να αποδείξετε ότι το σύνολο τιμών της είναι το

 διάστημα [0, ).

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  έχει ακριβώς τρεις ρίζες στο σύνολο των πραγματικών

 αριθμών.

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Δεδομένου ότι η συνάρτηση f είναι κυρτή στο διάστημα (, 0], να βρείτε την εξίσωση της

 εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της (–1, f(–1)) και να αποδείξετε ότι

 για κάθε x  0.

**Μονάδες 6**