

**ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**  
**ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**  
**Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ - ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

**Θέμα Α**

**A1.** Αν  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  να δείξετε ότι:  $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

**Μονάδες 15**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή ή Λανθασμένη:

**α)** Αν  $x_1, x_2$  είναι οι πραγματικές ρίζες της εξίσωσης

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0, \text{ τότε } x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}.$$

**β)** Για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$  ισχύει  $\alpha^2 \geq 0$

**γ)** Ισχύει  $|x| = x \Leftrightarrow x \geq 0$

**δ)** Αν  $A(\alpha, \beta), \beta \neq 0$  είναι σημείο του καρτεσιανού επιπέδου, τότε το συμμετρικό του ως προς τον άξονα  $y'y$  είναι το σημείο  $A'(\alpha, -\beta)$ .

**ε)** Για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$  ισχύει  $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$

**Μονάδες 10****Θέμα Β**

Σε μια αδιαφανή κάλπη υπάρχουν κίτρινες (Κ) και μαύρες (Μ) μπάλες. Εκλέγουμε τυχαία μια μπάλα από τη κάλπη, καταγράφουμε το χρώμα της και την ξαναβάζουμε στη κάλπη. Η διαδικασία αυτή γίνεται τρεις συνολικά φορές.

**B1.** Με τη βοήθεια του δεντροδιαγράμματος να γράψετε το δειγματικό χώρο  $\Omega$  του πειράματος τύχης.

**Μονάδες 4**

**B2.** Έστω τα ενδεχόμενα  $A$ : «Οι τρεις ενδείξεις έχουν το ίδιο χρώμα» και

$B$  τέτοιο ώστε  $P(B) = \frac{1}{2}$  και  $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ . Δίνεται ότι τα απλά

ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα.

**α)** Να δείξετε ότι  $P(A) = \frac{1}{4}$

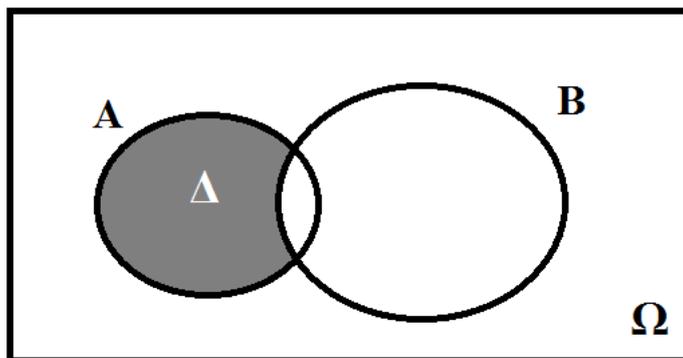
**Μονάδες 4**

**β)** Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων

i)  $A \cup B$ ,

ii)  $\Gamma$ : «να μην πραγματοποιείται το  $B$ »

iii)  $\Delta$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα Venn.



Μονάδες 6 + 5 + 6 = 17

**Θέμα Γ**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \kappa\sqrt{x-1} + \frac{1}{x-3}, \quad \kappa \in \mathbb{R}$$

Γ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.

Μονάδες 7

Γ2. Υπολογίστε το  $\kappa$ , αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τον άξονα x'x στο σημείο με τετμημένη  $x = 2$ .

Μονάδες 8

Γ3. Για  $\kappa = 1$  να βρείτε που τέμνονται οι γραφικές παραστάσεις των f, g

$$\text{όπου } g(x) = \sqrt{x-1} + x - \frac{1}{3}, \quad x \geq 1.$$

Μονάδες 10

**Θέμα Δ**

Δίνεται

- Η εξίσωση  $x^{2016} = \lambda^2 - 1$  η οποία είναι αδύνατη στο  $\mathbb{R}$  και
- Η παράσταση  $A = \lambda|5 - 4\lambda| - 2|\lambda^2 - 5| + |\lambda^2 + \lambda - 6| + |\lambda^2 - \lambda + 3|$

για τον ίδιο πραγματικό αριθμό  $\lambda$ .Δ1. Να αποδείξετε ότι  $-1 < \lambda < 1$ .

Μονάδες 8

Δ2. Να δείξετε ότι  $A = -2\lambda^2 + 3\lambda - 1$ 

Μονάδες 9

Δ3. Να απλοποιήσετε την παράσταση  $\frac{A}{\lambda^4 - 1}$ 

Μονάδες 8

ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΙΩΑΝΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΥ ΙΩΑΝΝΗΣ  
 ΒΟΥΔΟΥΡΗΣ ΠΟΛΥΒΙΟΣ  
 ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ ΙΩΑΝΝΗΣ  
 ΣΑΚΕΛΛΑΡΙΟΥ ΔΗΜΗΤΡΑ  
 ΧΑΤΖΟΠΟΥΛΟΣ ΜΑΚΗΣ