

Θέματα Προαγωγικών Εξετάσεων περιόδου Μαΐου - Ιουνίου 2016**Θέμα Α**

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για αριθμούς $a, \beta \in \mathbb{R}$ και θετικό ακέραιο ν ισχύει η ισοδυναμία:

$$a > \beta \Leftrightarrow a^\nu > \beta^\nu$$

β) Για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$, ισχύει η ιδιότητα:

$$|a + \beta| \leq |a| + |\beta|$$

γ) Το τριώνυμο $ax^2 + \beta x + \gamma$ με διακρίνουσα $\Delta > 0$ και ρίζες x_1 και x_2 παραγοντοποιείται στη μορφή:

$$(x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

δ) Τρεις αριθμοί a, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν:

$$2\beta = a + \gamma$$

ε) Η διαδικασία $f : A \rightarrow B$ κατά την οποία για κάθε στοιχείο του A, περισσότερα στοιχεία του ενός, του συνόλου A, μπορούν να αντιστοιχηθούν στο ίδιο στοιχείο του συνόλου B είναι μια συνάρτηση.

Μονάδες 10

A2. Να αποδείξετε ότι για δύο οποιαδήποτε ασυμβίβαστα ενδεχόμενα A και B, ισχύει:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Μονάδες 15

Θέμα Β

Δίνεται η αριθμητική πρόοδος (a_ν) για την οποία ο εκατοστός όρος (a_{100}) είναι ίσος με 35 και η διαφορά ω της αριθμητικής προόδου είναι ίση με $\frac{1}{3}$.

B1. Να αποδείξετε ότι ο πρώτος όρος της αριθμητικής προόδου a_1 είναι ίσος με 2.

Μονάδες 7

B2. Να βρείτε τον δέκατο τρίτο όρο της αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 5

B3. Να υπολογίσετε το άθροισμα των πρώτων 25 όρων της αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 5

B4. Ποιος όρος της αριθμητικής προόδου ισούται με 50;

Μονάδες 8

Θέμα Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με τύπους:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 6} \text{ και } g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}} + \sqrt{2-|x|}$$

Γ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g .

Μονάδες 10

Γ2. Να λύσετε την εξίσωση:

$$f(x) + 2g(-1) = 2\sqrt{2} + 2, \text{ για κάθε } x \in (-\infty, -3] \cup [-2, +\infty)$$

Μονάδες 7

Γ3. Να λυθεί η ανίσωση:

$$x \cdot (x + 1) \leq f(1) - \sqrt{2} \cdot f(0) - 2$$

Μονάδες 8

Θέμα Δ

Δίνονται η **εξίσωση** $|1-x| + |x-1| = 1$ και η **συνάρτηση** $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3}, & x \geq 0 \\ \frac{x^4 - 8x}{x-2}, & x < 0 \end{cases}$.

Δ1. Να λύσετε την εξίσωση.

Μονάδες 10

Δ2. Να βρείτε την τιμή $f(1)$ (**Μονάδες 3**) και να απλοποιήσετε τον τύπο της f για $x < 0$ (**Μονάδες 4**).

Μονάδες 7

Δ3. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα του συνόλου Ω για τα οποία:

- η $P(A)$ ανήκει στο σύνολο λύσεων της εξίσωσης του **Δ1**
- η $P(A \cap B)$ ισούται με το $f(1)$
- η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί τουλάχιστον ένα από τα A, B είναι $\frac{5}{6}$

Να βρείτε την πιθανότητα: **α)** να πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο B

β) να πραγματοποιηθεί μόνο το ενδεχόμενο B

Μονάδες 8

Παρατηρήσεις

1. Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.
2. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.