



ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ : 2015-2016

ΤΑΞΗ : Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Μονάδες 15-10

- A1.** Αν α , β δύο πραγματικοί αριθμοί να αποδείξετε ότι $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$
- A2.** Να χαρακτηρίσετε ως **Σωστή ή Λάθος** ,στο φύλλο απαντήσεων, κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις :
- i.** Αν η εξίσωση $\alpha \cdot x = \beta$ ($\alpha, \beta \in \mathbb{R}$) με άγνωστο το $x \in \mathbb{R}$, έχει δύο τουλάχιστον, διαφορετικές ρίζες , τότε ισχύει $\alpha = \beta = 0$
 - ii.** Ισχύει $\sqrt{x^2} = x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$
 - iii.** Η εξίσωση $x^v = \alpha$ με $\alpha > 0$ και v άρτιο φυσικό αριθμό , έχει ακριβώς δύο λύσεις , τις $x = \sqrt[v]{\alpha}$ και $x = -\sqrt[v]{\alpha}$
 - iv.** Η απόσταση δύο αριθμών α και β είναι ίση με $d(\alpha, \beta) = |\alpha - \beta|$
 - v.** Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει :
 $|\alpha| + |\beta| = 0$ τότε $\alpha = \beta = 0$.

ΘΕΜΑ Β

Μονάδες 8 + 8 + 9

B1. Να βρείτε τις τιμές του $\beta \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει : $\beta^2 < 3\beta - 2$

B2. Να λύσετε την ανίσωση $|\alpha - 3| < 1$

B3. Αν ισχύει : $1 < \beta < 2 < \alpha < 4$ να γράψετε την παράσταση

$$K = |\alpha - 4| + |\beta - \alpha| + |2 - \beta| + 2\beta$$

χωρίς απόλυτα .

ΘΕΜΑ Γ

Μονάδες 13(6+7) -12 (6+6)

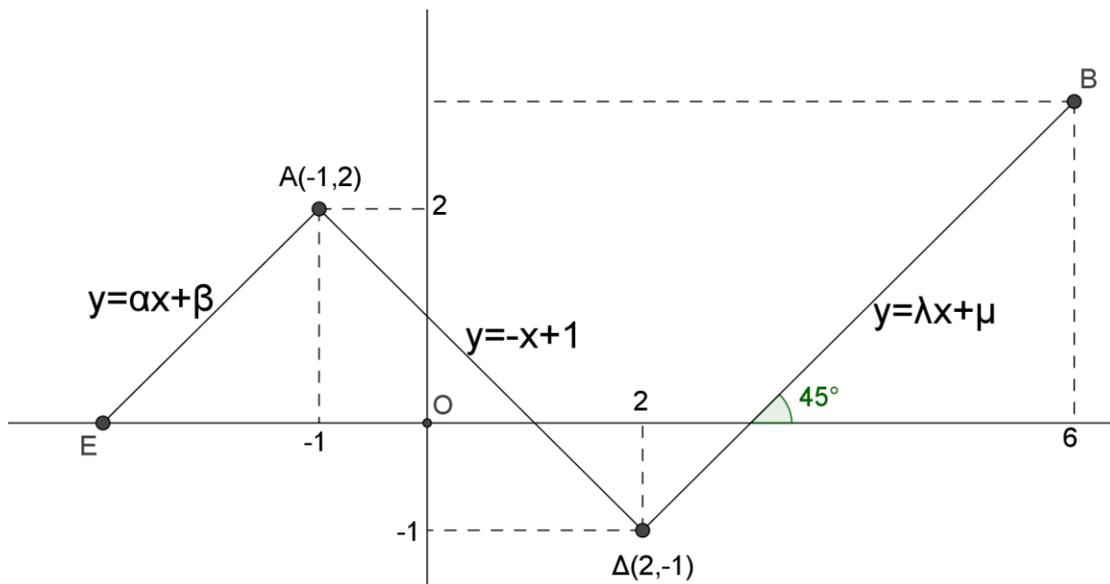
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \lambda x^2 + (\lambda - 1)x - 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$

Γ1. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \neq 0$ η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει:

- i.** δύο ρίζες άνισες .
- ii.** δύο ρίζες των οποίων το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι ίσο με 2

Γ2. Αν $\lambda = 0$, να βρείτε :

- i.** τα σημεία τομής A και B της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα.
- ii.** την εξίσωση της ευθείας (ε) που είναι παράλληλη στην ευθεία
(δ): $y = 2x + 1$ και διέρχεται από το σημείο A που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα.



Στο παραπάνω σχήμα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$y = f(x) = \begin{cases} \alpha x + \beta & , x \in [\dots, -1] \\ -x + 1 & , x \in (-1, 2) \\ \lambda x + \mu & , x \in [2, 6] \end{cases}$$

η οποία αποτελείται από τρία ευθύγραμμα τμήματα .

Είναι γνωστό ότι το ευθύγραμμο τμήμα ΔB σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα $x'x$ και ότι $EA // \Delta B$.

Δ1. Να δείξετε ότι $\lambda = 1$ και $\alpha = 1$

Δ2. Να δείξετε ότι $\beta = 3$, $\mu = -3$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f

Δ3. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου που η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $y'y$

Δ4. Να λύσετε με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης την ανίσωση $|2 \cdot f(x) - 5| \leq 1$

Μαρούσι 3 Ιουνίου 2016

Ο Διευθυντής

Οι εισηγητές καθηγητές