



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ ΕΚΠ/ΣΗΣ Α. ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ & ΘΡΑΚΗΣ
Δ/ΝΣΗ Δ/ΒΑΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΕΒΡΟΥ
ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ

Σχολικό Έτος: 2015 - 2016

Αλεξ/πολη, / / 2016

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΚΑΙ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Μάθημα	Τάξη
Άλγεβρα	Α' Λυκείου

ΘΕΜΑ Α

A.1 Να αποδείξετε την πρόταση: «Αν $\alpha, \beta \geq 0$ και n θετικός ακέραιος, να αποδείξετε ότι: $\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha \cdot \beta}$ ». (Μονάδες 15)

A.2 (I) Στον παρακάτω πίνακα στην πρώτη Στήλη δίνεται η εξίσωση κάποιων ευθειών στο καρτεσιανό επίπεδο και στην Στήλη Β το είδος της γωνίας που σχηματίζει η γραφική παράσταση της ευθείας με τον x' . Να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση της Στήλης Α με το είδος της γωνίας που σχηματίζει η γραφική της παράσταση της Στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
<p>A: $y = (2 - \sqrt{2})x - 5$.</p> <p>B: $y = (1 - \sqrt{3})x + 3$</p>	<p>1. Μηδενική</p> <p>2. Οξεία</p> <p>3. Ορθή</p> <p>4. Αμβλεία</p>

(Μονάδες 4)

(II) Από τις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε εκείνη που δεν ισχύει.

Το συμμετρικό του σημείου $\Sigma(x, y)$ ως προς:

A: τον άξονα x' είναι το $\Sigma_1(x, -y)$.

B: τον άξονα y' είναι το $\Sigma_2(-x, y)$.

Γ: την αρχή των ακόνων Ο είναι το $\Sigma_3(-x, -y)$.

Δ: την ευθεία $\varepsilon: y = x$ είναι το $\Sigma_4(-y, -x)$.

(Μονάδες 2)

(III) Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στη κόλλα την λέξη Σωστό ή Λάθος, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.:

(α) Η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με ($\alpha \neq 0$) έχει το πολύ μία πραγματική ρίζα αν και μόνο αν $\Delta \geq 0$.

(β) Για κάθε πραγματικό αριθμό x , ισχύει ότι $-|x| \leq x \leq |x|$.

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Β

B.1 Να αποδείξετε ότι: $3 - 2\sqrt{7} < 0$

(Μονάδες 5)

B.2 Να βρείτε τα αναπύγματα των $(3 + 2\sqrt{7})^2$ και $(3 - 2\sqrt{7})^2$.

(Μονάδες 12)

B.3 Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{37 + 12\sqrt{7}} - \sqrt{37 - 12\sqrt{7}} = 6$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \alpha x - 1, & x \leq -1 \\ \beta - 2x^2, & x > 0 \end{cases}$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Γ.1 Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . (Μονάδες 4)

Γ.2 Αν $f(1) = 3$ και $f(-2) = 1$, να δείξετε ότι $\alpha = -1$ και $\beta = 5$. (Μονάδες 6)

Γ.3 Για τις παραπάνω τιμές των α και β :

i) Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης

$$K = 3 \cdot \sqrt{(f(2))^2} - 2 \cdot \left| f\left(-\frac{3}{2}\right) \right| + 5 \cdot |f(-1) - 1| + 2003$$
 (Μονάδες 6)

ii) Να βρεθεί (αν υπάρχει) το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τον άξονα $y'y$. (Μονάδες 3)

iii) Να βρεθούν (αν υπάρχουν) τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τον θετικό ημιάξονα Ox . (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + (\lambda - 2)x - \lambda + 1 = 0$ (1)

Δ.1 Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες. (Μονάδες 6)

Δ.2 Αν $\lambda \neq 0$ και ρ_1, ρ_2 οι ρίζες της εξίσωσης (1), να βρείτε για ποιες τιμές του λ :

(i) ισχύει η σχέση: $(\rho_1 + \rho_2)^2 - \rho_1 \cdot \rho_2 > 7$. (Μονάδες 8)

(ii) η απόσταση των αριθμών ρ_1, ρ_2 είναι τουλάχιστον 2 μονάδες. (Μονάδες 6)

(iii) οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = \rho_1^2 \cdot x + 2015$ και $(\varepsilon_2): y = (1 - \rho_2^2) \cdot x + 2016$ είναι παράλληλες. (Μονάδες 5)