

1^ο ΓΕ.Λ. ΛΙΒΑΔΕΙΑΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015
ΛΙΒΑΔΕΙΑ 24 ΜΑΪΟΥ 2015
ΤΑΞΗ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΖΗΤΗΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (**Σ**) ή λάθος (**Λ**) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις: **ΜΟΝΑΔΕΣ 2x5=10**

α) $\sqrt{a+\beta} = \sqrt{a} + \sqrt{\beta}$ για κάθε $a, \beta \geq 0$.

β) Αν $a = \beta = 0$, τότε η εξίσωση $ax + \beta = 0$ είναι ταυτότητα.

γ) Το άθροισμα των πρώτων n όρων μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο a_1 και διαφορά ω δίνεται από τον

$$\text{τύπο } S_n = \frac{n(n-1)}{2}\omega + na_1.$$

δ) Για κάθε $a, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ ισχύει η συνεπαγωγή:

$$(a > \beta \text{ και } \gamma > \delta) \Rightarrow a\gamma > \beta\delta.$$

ε) Αν οι πραγματικοί αριθμοί a και γ είναι ετερόσημοι, τότε η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

A2. Να αποδείξετε ότι $|a + \beta| \leq |a| + |\beta|$ για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 15**

ΖΗΤΗΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \sqrt{x^2 + 9} - \sqrt{x + 3}$.

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . **ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

B2. Να βρείτε την τιμή $f(6)$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

B3. Να αποδείξετε ότι $(f(6))^2 + 6f(6) = 36$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

ΖΗΤΗΜΑ Γ

Γ1. Να λύσετε την εξίσωση $||x-1|-1|=6$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

Γ2. Αν η μικρότερη ρίζα της εξίσωσης του ερωτήματος Γ1 είναι ο δεύτερος όρος (a_2) και η μεγαλύτερη ρίζα της είναι ο τέταρτος όρος (a_4) μιας αριθμητικής προόδου a_n , τότε:

α) Να βρείτε τον πρώτο όρο a_1 και την διαφορά ω της αριθμητικής προόδου a_n . **ΜΟΝΑΔΕΣ 9**

β) Να βρείτε το άθροισμα των δέκα (10) πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου a_n . **ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

ΖΗΤΗΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + \lambda x + \lambda - 1 = 0$ (1), όπου λ είναι πραγματικός αριθμός διαφορετικός του 2 ($\lambda \neq 2$).

Δ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες. **ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

Δ2. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1), τότε:

α) Να βρείτε τις παραστάσεις $x_1 + x_2$, $x_1 \cdot x_2$ και $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ως συνάρτηση του λ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

β) Να βρείτε τις τιμές του λ έτσι ώστε να ισχύει $(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2 - 1 \geq 0$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

γ) Να βρείτε τις τιμές του λ έτσι ώστε να ισχύει $\sqrt{x_1^2 \cdot x_2^2} = 1 - 2(x_1 + x_2)$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΑΝΑΓΝΟΥ ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ

ΚΟΡΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

ΜΕΓΑΣ ΑΝΑΡΓΥΡΟΣ

ΠΑΠΑΓΓΕΛΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ