

**3<sup>ο</sup> ΓΕΛ ΠΕΤΡΟΥΠΟΛΗΣ**  
**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ**  
**ΠΕΜΠΤΗ 25 ΜΑΪΟΥ 2017**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Αν  $x_1, x_2$ , είναι οι ρίζες της εξίσωσης  $ax^2 + bx + \gamma = 0$ ,  $a \neq 0$  να αποδείξετε ότι:

$$x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \quad \text{και} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$$

**Μονάδες 15**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στη κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta \geq 0$  και για κάθε θετικό ακέραιο  $n$  ισχύει:  $\sqrt[n]{\alpha \cdot \beta} = \sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta}$ .

β) Για κάθε θετικούς πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$  ισχύει:  $\sqrt[n]{\alpha + \beta} = \sqrt[n]{\alpha} + \sqrt[n]{\beta}$ , όπου  $n$  φυσικός αριθμός με  $n \geq 2$ .

γ) Η απόσταση δύο αριθμών  $\alpha$  και  $\beta$  είναι ίση με  $d(\alpha, \beta) = |\alpha - \beta|$ .

δ) Ισχύει ότι:  $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$ , για κάθε πραγματικό αριθμό  $\alpha$ .

ε) Αν η εξίσωση  $ax^2 + bx + \gamma = 0$  με  $a \neq 0$  έχει δύο άνισες ρίζες  $x_1, x_2$  τότε:  $ax^2 + bx + \gamma = a(x - x_1)(x - x_2)$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = \frac{2x^3 - 3x^2 + x}{x^2 - x}$ .

**B1.** Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

i.  $2x^3 - 3x^2 + x$

**Μονάδες 6**

ii.  $x^2 - x$

**Μονάδες 5**

**B2.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  της συνάρτησης  $f$  και να αποδείξετε ότι:  $f(x) = 2x - 1, x \in A$

**Μονάδες 4+4= 8**

**B3.** Υπολογίστε το  $\kappa$ , αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  τέμνει τον άξονα  $x'$  στο σημείο  $M(\kappa-2,0)$ .

**Μονάδες 3**

**B4.** Να βρείτε που τέμνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f, g$ , όπου  $g(x) = x^2 - 1$ .

**Μονάδες 3**

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι ανισώσεις:  $1 < |x| < 3$  (1) και  $x^2 - 4x + 3 < 0$  (2).

- Γ1. Να λύσετε την ανίσωση (1). Μονάδες 8
- Γ2. Να λύσετε την ανίσωση (2). Μονάδες 9
- Γ3. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων (1) και (2). Μονάδες 4
- Γ4. Να λύσετε την ανίσωση  $x^2 + 3 < 4|x|$ . Μονάδες 4

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = x^2 - 2\lambda x + \lambda$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  παράμετρος.

- Δ1. Να βρείτε για ποιές τιμές του  $\lambda$  η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες. Μονάδες 8
- Δ2. Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της εξίσωσης  $f(x) = 0$ , να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  ισχύει:  
 $(x_1 + x_2)^5 - 32(x_1 x_2)^{2017} = 0$ . Μονάδες 4
- Δ3. Να βρείτε για ποιές τιμές του  $\lambda$  η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  με τύπο :  
 $f(x) = x^2 - 2\lambda x + \lambda$ , βρίσκεται πάνω από τον άξονα  $x'x$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Μονάδες 5
- Δ4. Αν  $\lambda=1$ , να λύσετε τις εξισώσεις :
- i.  $\sqrt{x^2 - 2\lambda x + \lambda} = 2x - 3$ . Μονάδες 4
- ii.  $\sqrt{x^2 - 2\lambda x + \lambda} = \frac{|x-1|^2}{2} - \frac{3}{2}$ . Μονάδες 4

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ