

***lisari.blogspot.gr*****ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ****Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΤΡΙΤΗ 16 ΜΑΪΟΥ 2017****ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

I) Αν  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  τότε ισχύει:  $(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \alpha^2 + \beta^2$

II) Αν  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  και ομόσημοι τότε ισχύει:  $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$

III) Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει:  $\sqrt[n]{x^n} = x$ .

IV) Για  $a > 0$  ισχύει  $a^{\frac{3}{5}} = \sqrt[3]{a^5}$

V) Αν  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ ,  $a \neq 0$  με ρίζες  $x_1, x_2$  τότε  $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{a}$  και  $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a}$

Μονάδες 10

**A2.** Αν  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  να δείξετε ότι:  $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

Μονάδες 15

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x + \beta$  με  $\beta \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Να βρείτε την τιμή του  $\beta$ , αν γνωρίζετε ότι το σημείο  $A(-1, 2)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$ .

(Μονάδες 6)

Για  $\beta = 4$

**B2.** Να βρεθούν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης με τους άξονες.

(Μονάδες 10)

**B3.** Να απλοποιηθεί η παράσταση:  $\frac{x^2 + x - 2}{f(x)}$ .

(Μονάδες 9)

***lisari.blogspot.gr*****ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 + \lambda x + \lambda - 1 = 0$  με  $\lambda \in \mathbb{R}$  και  $\lambda \neq 2$ .

**Γ1.** Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει πάντοτε δύο πραγματικές και άνισες ρίζες :  $x_1, x_2$

(Μονάδες 9)

**Γ2.** Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :  $S = x_1 + x_2$  και

$$P = x_1 \cdot x_2$$

(Μονάδες 8)

**Γ3.** Να βρεθεί η τιμή του  $\lambda$  ώστε να ισχύει η σχέση:

$$3x_1 + 3x_2 = x_1^2 \cdot x_2^2 - 2\lambda - 3$$

(Μονάδες 8)

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται οι συναρτήσεις  $f, g$  με τύπο:

$$f(x) = \sqrt{|x-1|-2} \quad \text{και} \quad g(x) = \sqrt[4]{25-x^2}$$

**Δ1.** Να βρεθούν τα πεδία ορισμού τους.

Μονάδες 8

**Δ2.** Να βρεθεί το κοινό πεδίο ορισμού τους.

Μονάδες 5

**Δ3.** Να δείξετε ότι: α)  $f(-6) = \sqrt{5}$  (μονάδες 2) και :

$$\beta) g(4) = \sqrt{3} \quad (\text{μονάδες } 2)$$

Μονάδες 4

**Δ4.** Να αποδείξετε ότι: 
$$\frac{g(4)}{f(-6) - g(4)} + \frac{f(-6)}{f(-6) + g(4)} = 4$$

Μονάδες 8

Ο Διευθυντής

Βόλος, 16/05/2017

Οι Εισηγητές

*lisari.blogspot.gr*

## Λύσεις

- A1.** I) Σ  
 II) Σ  
 III) Λ  
 IV) Λ  
 V) Σ

**A2.** Θεωρία

### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Επειδή  $A(-1, 2)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$  έχουμε :

$$2 = 2(-1) + \beta \Leftrightarrow \beta = 4$$

**B2.**  $x'x: 0 = 2x + 4 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = -2$  Άρα :  $M(-2, 0)$   
 $y'y: y = 2 \cdot 0 + 4 \Leftrightarrow y = 4$  Άρα :  $N(0, 4)$

**B3.**  $\frac{x^2 + x - 2}{f(x)} = \frac{\cancel{(x+2)}(x-1)}{2\cancel{(x+2)}} = \frac{x-1}{2}$ .

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**  $\Delta = \lambda^2 - 4(\lambda - 1) = \lambda^2 - 4\lambda + 4 = (\lambda - 2)^2 > 0$  αφού  $\lambda \neq 2$

**Γ2.**  $S = x_1 + x_2 = -\frac{\lambda}{1} = -\lambda$  και

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\lambda - 1}{1} = \lambda - 1$$

**Γ3.**

$$3x_1 + 3x_2 = x_1^2 \cdot x_2^2 - 2\lambda - 3 \Leftrightarrow 3(x_1 + x_2) = (x_1 x_2)^2 - 2\lambda - 3$$

$$\Leftrightarrow 3(-\lambda) = (\lambda - 1)^2 - 2\lambda - 3$$

$$\Leftrightarrow -3\lambda = \lambda^2 - 2\lambda + 1 - 2\lambda - 3$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 - \lambda - 2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = -1 \text{ ή } \lambda = 2 \text{ (Απορ.)}$$

*lisari.blogspot.gr*

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Πρέπει:

$$|x-1|-2 \geq 0 \Leftrightarrow |x-1| \geq 2 \Leftrightarrow x-1 \leq -2 \text{ ή } x-1 \geq 2 \Leftrightarrow x \leq -1 \text{ ή } x \geq 3 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$$

$$A_f = (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$$

$$25 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 25 \Leftrightarrow |x| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 5 \Leftrightarrow x \in [-5, 5]$$

$$A_g = [-5, 5]$$

**Δ2.**  $[-5, -1] \cup [3, 5]$

**Δ3.** α)  $f(-6) = \sqrt{|-6-1|-2} = \sqrt{|-7|-2} = \sqrt{5}$  και :

β)  $g(4) = \sqrt[4]{25-4^2} = \sqrt[4]{9} = \sqrt{3}$

**Δ4.**

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \\ &= \frac{\cancel{\sqrt{15}} + \sqrt{3}^2 + \sqrt{5}^2 - \cancel{\sqrt{15}}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{3+5}{5-3} = 4 \end{aligned}$$