

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι $|\alpha\beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος.

1. Η εξίσωση $x^v = a$ με v περιττό έχει δυο λύσεις τις $\sqrt[v]{a}$ και $-\sqrt[v]{a}$
2. Τα σημεία $A(\alpha, \beta)$ και $B(-\alpha, \beta)$ είναι συμμετρικά ως προς τον $y'y$.
3. Αν $\alpha\beta \geq 0$ τότε $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$
4. Η εξίσωση $ax^2 - \beta x + \gamma = 0$ με $\Delta > 0$ έχει άθροισμα ριζών $S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{a}$ και

$$P = x_1 x_2 = \frac{\gamma}{a}$$

5. $\sqrt[v]{a^v} = a$ για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

ΘΕΜΑ Β

Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $2|x| + 1 = 0$

β) $(2x + 1)^3 = 27$

γ) $4(x + 2) = 4 - (x - 3)(x + 3)$

δ) $(2x - 5)^2 - 3(x - 2) = 4(x^2 - 3) + 5x$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3x^2 - 4x + 7$ (1)

α) Να δείξετε ότι έχει η f έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες και να βρείτε το γινόμενο και το άθροισμά τους χωρίς να υπολογίσετε τις ρίζες.

β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της (1), να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης $K = 3x_1^2 x_2 + 3x_1 x_2^2$

γ) Να βρείτε το πρόσημο της (1) για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$.

δ) Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $M = f(-19)f(-1,3)f(21)$

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 2x + 3 = \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$

A.

i) Να βρείτε τις τιμές του α έτσι ώστε η εξίσωση να έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες.

ii) Να βρείτε τις τιμές του α έτσι ώστε η εξίσωση να έχει μια διπλή ρίζα.

B. Δίνεται η συνάρτηση $P(x) = x^2 + 2x + 3$

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{P(x) - 2}$

ii) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της P είναι κάτω από την ευθεία $y = 11$.