1ο Γενικό Λύκειο Χανίων ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 16 -17

Τάξη Α΄

Ονοματεπώνυμο

……

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

Τα θέματα ΔΕΝ θα μεταφερθούν στο καθαρό. Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα . Οι απαντήσεις να γραφούν στο καθαρό.

ΘΕΜΑ Α

Στο γραπτό σας να γράψετε τον αριθμό της πρότασης και δίπλα τη λέξη ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ αν είναι σωστή ή λάθος αντίστοιχα.

Α1.Η απόσταση δύο αριθμών α , β συμβολίζεται με $d(\alpha, \beta)$ και είναι ίση με $|\alpha - \beta|$ Μον.2

Α2. Αν $\alpha > 0$, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος τότε ορίζουμε $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$ Μον.2

Α3. Αν $\alpha, \beta > 0$ τότε ισχύει $\sqrt[\nu]{\alpha} + \sqrt[\nu]{\beta} = \sqrt[\nu]{\alpha + \beta}$ Μον.2

Στο γραπτό σας να γράψετε τον αριθμό της πρότασης και τις λέξεις ή σύμβολα που συμπληρώνουν τα κενά στην παρακάτω πρόταση.

Α4. Η ν – στή ρίζα ενός μη……………………… αριθμού α συμβολίζεται με …………………. και είναι ο ………. αριθμός που όταν υψωθεί στην …………… δίνει τον α Μον.4

Α5. Να αποδείξετε ότι αν χ_1 , χ_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ τότε το γινόμενο των ριζών $\chi_1 \chi_2 = P$ δίνεται από τον τύπο $P = \frac{\gamma}{\alpha}$ Μον.15

ΘΕΜΑ Β

Α.Να βρεθεί το διάστημα $\Delta \subset R$ στο οποίο συναληθεύουν οι ανισώσεις $\frac{\chi+2}{3} + \frac{\chi}{6} > \frac{2}{3}$ και $|\chi - 1| < 2$ Μον. (9+9)

Β.Αν $\Delta = (0, 3)$ και $\chi \in \Delta$ να δείξετε ότι $2|\chi-3| - |\chi+1| + 3|\chi| = 5$ Μον. 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα τριώνυμα $2\chi^2 + \chi - 1$ και $-\chi^2 + 2\chi + 3$

Γ1. Να κάνετε τους πίνακες προσήμων των τριωνύμων Μον.9

Γ2. Να βρείτε το διάστημα Δ των κοινών λύσεων των ανισώσεων $2\chi^2 + \chi - 1 > 0$ και $-\chi^2 + 2\chi + 3 \geq 0$

Μον. 9

Γ3. Να βρείτε τις τιμές του χ για τις οποίες ορίζεται η παράσταση $A = \frac{2\chi^2 + \chi - 1}{-\chi^2 + 2\chi + 3}$ και στην συνέχεια να την απλοποιήσετε . Μον. 7

ΘΕΜΑ Δ

Έστω ευθεία ε που διέρχεται από το σημείο $A(3,4)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης (κλίση) 1 και η συνάρτηση $f(\chi) = \chi^2 + \kappa\chi + 7$ Η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $B(-2,-5)$

Δ1. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε Μον. 10

Δ2. Να αποδείξετε ότι $\kappa = 8$ Μον. 7

Δ3. Αν $\varepsilon : y = x + 1$ να βρείτε τα σημεία τομής της συνάρτησης f με την ευθεία ε. Μον. 8

Καλή Επιτυχία

Χανιά 15 / 5 / 2017

Οι εισηγητές : ο Διευθυντής

Λύσεις

<u>Θέμα Α</u>

Α1. Σ Α2. Σ Α3. Λ

Α4. αρνητικού - $\sqrt[\nu]{\alpha}$ - μη αρνητικός – ν

Α5. Σχολικό βιβλίο σελ 90

<u>Θέμα Β</u>

Α. $\frac{x+2}{3}+\frac{x}{6}>\frac{2}{3}\overset{\cdot 6}{\Leftrightarrow}2x+4+x>4\Leftrightarrow 3x>0\Leftrightarrow x>0$ άρα το σύνολο λύσεων της 1ης ανίσωσης είναι το $(0,+\infty)$

$|x-1|<2\Leftrightarrow -2<x-1<2\Leftrightarrow -1<x<3$ το σύνολο λύσεων της 2ης ανίσωσης είναι το $(-1,3)$

Σύμφωνα με τα παραπάνω οι ανισώσεις συναληθεύουν στο διάστημα Δ=$(0,3)$

Β. Αν $x\in\Delta$ τότε $0<x<3$ άρα $x-3<0$ και $x+1>1$ και η παράσταση Α γίνεται

$\mathrm{A}=2(-x+3)-(x+1)+3x=-2x+6-x-1+x=5$

<u>Θέμα Γ</u>

Γ1. Για το τριώνυμο $2x^2+x-1$ έχουμε $\Delta=1-4\cdot 2\cdot(-1)=9$ άρα έχει δυο ρίζες $x_{1,2}=\frac{-1\pm 3}{4}$

δηλαδή $x_1=-1,\ x_2=\frac{1}{2}$ και ο πίνακας προσήμων είναι ο παρακάτω:

Για το τριώνυμο $-x^2+2x+3$ έχουμε $\Delta=4-4\cdot(-1)\cdot 3=16$ άρα έχει δυο ρίζες

$x_{1,2}=\frac{-2\pm 4}{-2}$ δηλαδή $x_1=-1,\ x_2=3$ και ο πίνακας προσήμων είναι ο παρακάτω:

Γ2. Η ανίσωση $2x^2 + x - 1 > 0$ αληθεύει για x < - 1 ή x > $\frac{1}{2}$

Η ανίσωση $-x^2 + 2x + 3 \geq 0$ αληθεύει όταν $-1 \leq x \leq 3$

Οι κοινές λύσεις βρίσκονται στο διάστημα Δ = $\left(\frac{1}{2}, 3\right]$.

Γ3. Η παράσταση Α ορίζεται όταν $-x^2 + 2x + 3 \neq 0$ δηλαδή όταν $x \neq -1$ $\kappa\alpha\iota$ $x \neq 3$ επίσης

$$A = \frac{2x^2 + x - 1}{-x^2 + 2x + 3} = \frac{2(x+1)(x-\frac{1}{2})}{-(x+1)(x-3)} = -\frac{2x-1}{x-3}$$

<u>Θέμα Δ</u>

Δ1. Η ευθεία που ζητάμε έχει εξίσωση $y = ax + \beta$ και αφού έχει συντελεστή διεύθυνσης 1 Ισχύει οτι α = 1. Οι συντεταγμένες του σημείου Α πρέπει να επαληθεύουν την εξίσωση της ευθείας δηλαδή $4 = 1 \cdot 3 + \beta \Rightarrow \beta = 1$.

Άρα η ευθεία έχει εξίσωση $y = x + 1$

Δ2. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο Β(-2, -5) άρα πρέπει $f(-2) = -5 \Rightarrow 4 + k \cdot (-2) + 7 = -5 \Rightarrow -2k = -16 \Rightarrow k = 8$ άρα $f(x) = x^2 + 8x + 7$

Δ3. Για να βρούμε τα σημεία τομής με την C_f θα λύσουμε την εξίσωση f(x) = x + 1 με $x \in R$ γιατί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης και της ευθείας είναι το R.

$x^2 + 8x + 7 = x + 1 \Leftrightarrow x^2 + 7x + 6 = 0$

Δ = 49 – 24 = 25 άρα $x_{1,2} = \frac{-7 \pm 5}{2}$, $x_1 = -6$, $x_2 = -1$

Για x = - 6 y = -6 + 1 = -5 και για x = - 1 y = -1 +1 = 0

Τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με την ευθεία είναι τα Κ(- 6, - 5) και Λ(-1, 0)