1ο Γενικό Λύκειο Χανίων ΣΧΟΛ ΕΤΟΣ 16-17
Τάξη Α΄
Ονοματεπώνυμο……………………………………………………………………………………………
……………………

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Τα θέματα ΔΕΝ θα μεταφερθούν στο καθαρό. Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα
Οι απαντήσεις να γραφούν στο καθαρό
Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι

Θέμα Α

Στο γραπτό σας να γράψετε τον αριθμό της πρότασης και δίπλα τη λέξη ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ, αν είναι σωστή ή λάθος αντίστοιχα.

Α1. Το παραλληλόγραμμο που οι διαγώνιοι του είναι ίσες, είναι ορθογώνιο **Μον. 2**

Α2. Αν (Κ, ρ) και (Λ, R) δυο κύκλοι με ΚΛ = ρ + R, τότε οι κύκλοι εφάπτονται εσωτερικά **Μον. 2**

Α3. Η διάμεσος, που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ορθογωνίου τρίγωνου, το χωρίζει σε δυο ισοσκελή τρίγωνα **Μον. 2**

Στο γραπτό σας να γράψετε τον αριθμό της πρότασης και το γράμμα της επιλογής που είναι σωστή

Α4. Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών κάθε τριγώνου είναι

Α. 180^0 Β. 360^0 Γ. 270^0 Δ. 720^0 Ε. κανένα από τα προηγούμενα

Μον. 2

Στο γραπτό σας να γράψετε τον αριθμό της πρότασης και τις λέξεις που λείπουν:

Α5. Η διάμεσος του τραπεζίου είναι ………………… προς τις βάσεις του και ίση με το ……………………… τους. **Μον. 2**

Β. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές.
Μον. 15

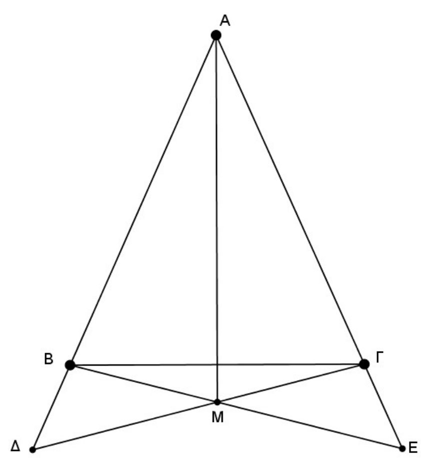
Θέμα Β

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ. Στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών του ΑΒ, ΑΓ παίρνουμε τμήματα ΒΔ, ΓΕ αντίστοιχα, έτσι ώστε ΒΔ = ΓΕ. Αν Μ είναι το σημείο τομής των ΔΓ και ΒΕ τότε:

Β1. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΔΒΓ και ΕΒΓ είναι ίσα. **Μον. 9**

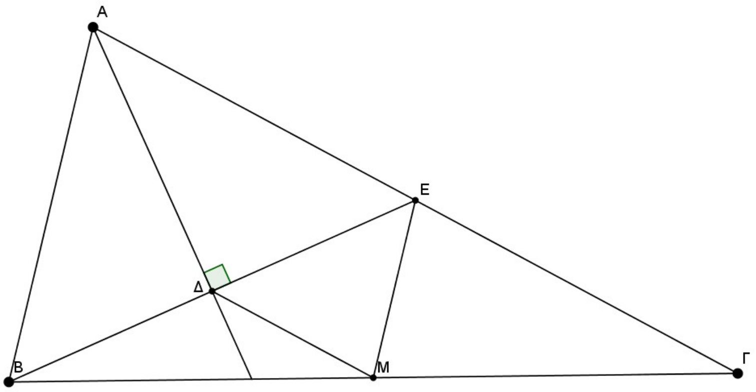
Β2. Να αποδείξετε οι γωνίες και είναι ίσες. **Μον. 9**

Β3. Να αποδείξετε ότι η ΑΜ διχοτομεί την γωνία .
Μον. 7



Θέμα Γ

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ώστε ΑΓ = 2ΑΒ. Η κάθετη από το Β στη διχοτόμο της γωνίας Α τέμνει την ΑΓ στο Ε. Αν Μ είναι το μέσο της ΒΓ να δείξετε ότι:



Γ1. το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισοσκελές **Μον. 10**

Γ2. το Ε είναι μέσο της ΑΓ **Μον. 6**

Γ3. το τρίγωνο ΔΜΕ είναι ισοσκελές. **Μον. 9**

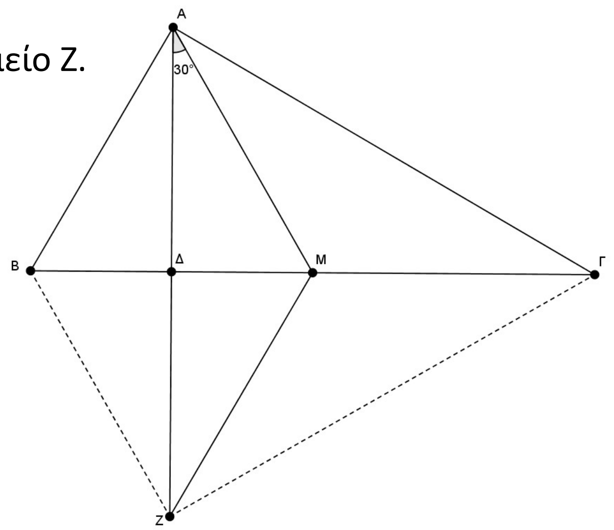
<u>Θέμα Δ</u>

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (= 90^0) Το ύψος ΑΔ και η διάμεσος ΑΜ σχηματίζουν γωνία . Από το Μ φέρνουμε παράλληλη στην ΑΒ, η οποία τέμνει την προέκταση του ύψους ΑΔ στο σημείο Ζ.

Δ1. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ **Μον. 9**

Δ2. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΜΖΒ είναι ρόμβος **Μον. 9**

Δ3.Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΖΓ είναι ισόπλευρο. **Μον. 7**



Καλή Επιτυχία!

Χανιά 02/06/2017

Λύσεις

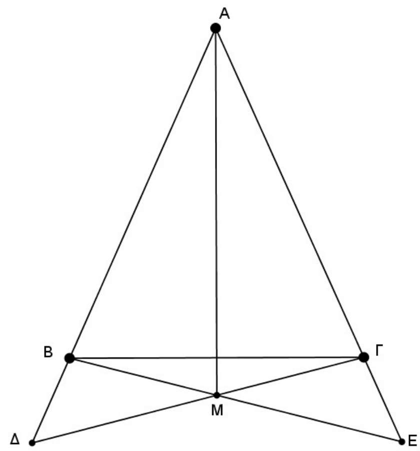
Θέμα Α

Α1. Σ Α2. Λ Α3. Σ

Α4. Β Α5. Παράλληλη – ημιάθροισμα

Β. Απόδειξη του θεωρήματος της παραγράφου 4. 6

Θέμα Β



Β1. Τα τρίγωνα ΔΒΓ και ΕΒΓ έχουν:

ΒΓ κοινή πλευρά

ΒΔ = ΓΕ

(ως παραπληρωματικές των γωνιών που είναι ίσες γιατί το ΑΒΓ είναι ισοσκελές)

άρα από κριτήριο ΠΓΠ ισχύει ότι

τριγΔΒΓ = τριγΕΒΓ

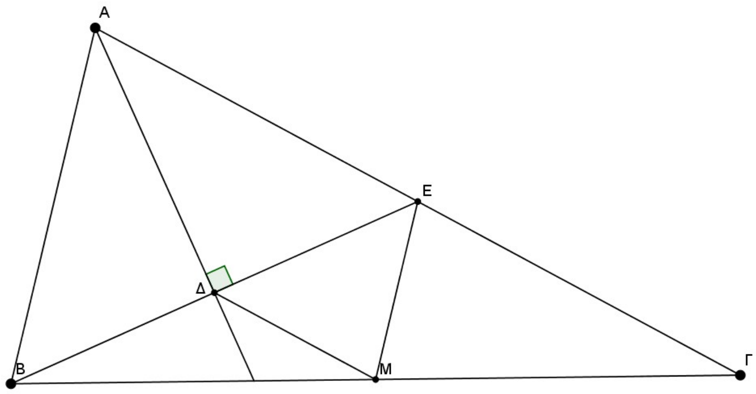
Β2. Αφού τα τρίγωνα ΔΒΓ και ΕΒΓ είναι ίσα, άρα και τα υπόλοιπα στοιχεία τους είναι ίσα, επομένως ως γωνίες των παραπάνω τριγώνων που βρίσκονται απέναντι από ίσες πλευρές.

Β3. Από το προηγούμενο ερώτημα προκύπτει ότι το τρίγωνο ΒΜΓ είναι ισοσκελές , αφού έχει δυο γωνίες ίσες και επομένως ΜΒ = ΜΓ.

Η ευθεία ΑΜ είναι μεσοκάθετος του ΒΓ γιατί τα σημεία Α και Μ ισαπέχουν από τα άκρα του ΒΓ, επομένως στο τρίγωνο ΜΒΓ, η ΜΑ είναι ύψος και διάμεσος άρα είναι και διχοτόμος της γωνίας ΒΜΓ.

<u>2ος τρόπος</u> : με σύγκριση των τριγώνων ΑΒΜ και ΑΜΓ .

Θέμα Γ



Γ1. Στο τρίγωνο ΑΒΕ η ΑΔ από κατασκευή είναι διχοτόμος και ύψος, άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές και ΑΒ = ΑΕ.

Γ2. Από υπόθεση άρα και επομένως το Ε είναι μέσο της πλευράς ΑΓ.

Γ3. Από το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΕ προκύπτει ότι το Δ είναι μέσο της πλευράς ΒΕ (αφού η ΑΔ είναι ύψος και διχοτόμος θα είναι και διάμεσος).

Στο τρίγωνο ΑΒΓ τα σημεία Μ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών ΒΓ και ΑΓ άρα ισχύει

(1)

Στο τρίγωνο ΒΕΓ τα σημεία Μ και Δ είναι τα μέσα των πλευρών ΒΓ και ΒΕ άρα ισχύει
(2)
Όμως από Γ1 και Γ2 προκύπτει ότι ΑΒ = ΑΕ = ΕΓ (3)
Από (1)&(2)&(3) έπεται ότι ΜΔ = ΜΕ δηλαδή το τρίγωνο ΜΔΕ είναι ισοσκελές.

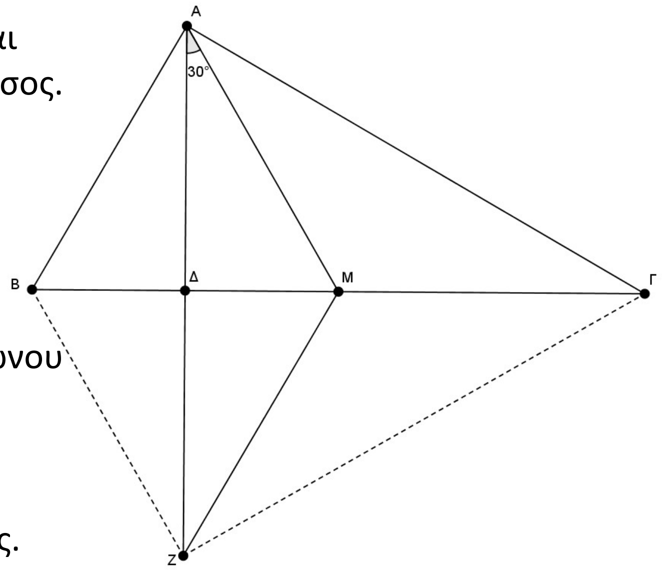
Θέμα Δ

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ η ΑΜ είναι διάμεσος στην υποτείνουσα ΒΓ άρα
δηλαδή ΑΜ = ΒΜ = ΜΓ (1)

Δ1. Στο ορθογώνιο τρίγωνο οι γωνίες είναι συμπληρωματικές και αφού
τότε .
Το τρίγωνο ΑΜΓ είναι ισοσκελές από (1), άρα .
Η γωνία είναι εξωτερική του τριγώνου ΑΜΓ, άρα δηλαδή

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ δείξαμε ότι η γωνία Γ = 30^0 άρα η συμπληρωματική της Β = 60^0

Δ2.



Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε Γ = 30^0 άρα
, δηλαδή ΑΒ = ΑΜ . Επομένως το τρίγωνο ΑΒΜ είναι ισόπλευρο (Β = 60^0) και το ύψος ΑΔ είναι και διάμεσος.
Επίσης ως γωνίες
εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΒ, ΜΖ που τέμνονται από την ΑΖ, άρα το τρίγωνο ΑΜΖ είναι ισοσκελές γιατί έχει δυο γωνίες ίσες.
Από τα προηγούμενα προκύπτει ότι το ΜΔ είναι διάμεσος στην βάση ΑΖ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΜΖ αφού από δεδομένα είναι ύψος.
Στο τετράπλευρο ΑΜΖΒ οι διαγώνιοι του ΑΖ, ΒΜ διχοτομούνται (αφού το Δ είναι μέσο των ΑΖ, ΒΜ) και είναι κάθετες άρα το τετράπλευρο είναι ρόμβος.

Δ3.

Από τα προηγούμενα προκύπτει ότι η ΓΔ είναι μεσοκάθετος του ΑΖ άρα το τρίγωνο ΑΓΖ είναι ισοσκελές γιατί ΓΑ = ΓΖ .
Η ΓΔ είναι διχοτόμος της γωνίας ΑΓΖ και αφού άρα δηλαδή το ισοσκελές τρίγωνο έχει μια γωνία 60^0, άρα είναι ισόπλευρο.