

Β ΛΥΚΕΙΟΥ – ΑΛΓΕΒΡΑ

ΛΥΚΕΙΟ ΚΟΖΑΝΗΣ – 31.5.2016

Θέμα Α

A1. Να δείξετε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

(Μονάδες 15)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστή ή Λάθος.

α. Ισχύει $\eta\mu(\pi + x) = -\eta\mu x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

β. Ισχύει $\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{1}{4}\eta\mu 2\alpha$

γ. Αν $P(x)$ και $Q(x)$ είναι πολυώνυμα n -οστού βαθμού τότε το άθροισμα τους $P(x) + Q(x)$ είναι πάντοτε n -οστού βαθμού

δ. Ισχύει $e^{\ln a} = a$ για κάθε $a > 0$

ε. Η συνάρτηση $f(x) = \log_a x$ είναι γνησίως αύξουσα αν $a > 1$

(Μονάδες 10)

Θέμα Β

Δίνεται $A = \frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x}$, $x \neq \kappa\pi$, $\kappa \in \mathbb{Z}$

B1. Να δείξετε ότι $A = \frac{2}{\eta\mu x}$

(Μονάδες 13)

B2. Να λυθεί η εξίσωση $\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = -\frac{4}{\sqrt{3}}$

(Μονάδες 12)

Θέμα Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\alpha^2 - 1)x^4 + \frac{1}{2}(\alpha + 1)x^3 + (\alpha - 1)x^2 - 3\alpha x + \beta$

Γ1. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ είναι 3^{ου} βαθμού και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 1$ είναι -4 , να βρείτε τα α και β .

(Μονάδες 8)

Αν $\alpha = 1$ και $\beta = -2$, τότε

Γ2. Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x^2 + 1$. Στη συνέχεια να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδιας διαίρεσης

(Μονάδες 9)

Γ3. Να λυθεί η ανίσωση $P(x) < -4x - 2$

(Μονάδες 8)

Θέμα Δ

Δ1. Να λυθεί η εξίσωση $\ln^2 x - 3\ln x + 2 = 0$

(Μονάδες 5)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{\ln^2 x - \ln x^3 + 2}$

Δ2. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f

(Μονάδες 10)

Δ3. Να λυθεί η ανίσωση $f(x) \leq f(1)$

(Μονάδες 10)