

Τάξη: Β

Μάθημα: Άλγεβρα

Εισηγητής: Νίκος Σκομπρής

## Θέματα γραπτών προαγωγικών εξετάσεων περιόδου Μαΐου-Ιουνίου 2016

## Θέμα 1

A) Αν  $0 < \alpha \neq 1$  και  $\theta_1, \theta_2 > 0$ , να αποδείξετε ότι:  $\log_{\alpha}(\theta_1\theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$  (20 μονάδες)

B) Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ):

α)  $\log 0,1 = -1$

β)  $\eta\mu x = 0 \Leftrightarrow x = \kappa\pi$ , με  $\kappa \in \mathbb{Z}$

γ)  $\eta\mu\left(\frac{5\pi}{2} + \omega\right) = \sigma\upsilon\nu\omega$

δ)  $\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) = \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta + \eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta$

ε)  $\ln 2e = 2$

(1 × 5 = 5 μονάδες)

## Θέμα 2

A) Να λύσετε το σύστημα:  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(xy + 2) \\ x + y = 6 \end{cases}$  (10 μονάδες)

B) Έστω η γωνία  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  για την οποία ισχύει  $\epsilon\phi 2\alpha = -\frac{4}{3}$

α) Να αποδείξετε ότι  $\epsilon\phi\alpha = 2$

β) Να αποδείξετε ότι  $\eta\mu\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$  και  $\sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

γ) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς  $\eta\mu 2\alpha$  και  $\sigma\upsilon\nu 2\alpha$

(3 × 5 = 15 μονάδες)

## Θέμα 3

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 + (\alpha + \beta)x^2 + (2\alpha + 5\beta)x + 3$ , το οποίο όταν διαιρεθεί με  $x + 1$  αφήνει υπόλοιπο μηδέν, ενώ όταν διαιρεθεί με  $x - 2$  αφήνει υπόλοιπο -9.

α) Να αποδείξετε ότι  $\alpha = -7$  και  $\beta = 2$  (7 μονάδες)

β) Να βρείτε τις ρίζες του πολυωνύμου  $P(x)$  (7 μονάδες)

γ) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση του πολυωνύμου  $P(x)$  βρίσκεται πάνω από τον άξονα  $x'x$  (11 μονάδες)

#### Θέμα 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(e^{2x} - ke^x + \lambda)$ , με  $k, \lambda \in \mathbb{R}$ . Αν είναι  $f(0) = \ln 2$  και  $f(\ln 6) = \ln 12$ , τότε:

- α) Να αποδείξετε ότι  $k = 5$  και  $\lambda = 6$  (5 μονάδες)
- β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  (5 μονάδες)
- γ) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = \ln 10 - \ln(e^x + 1)$  (7 μονάδες)
- δ) Να βρείτε τα διαστήματα, στα οποία η  $C_f$  βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = x + \ln 2$  (8 μονάδες)

#### Οδηγίες

- 1 Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα
- 2 Για να απαντήσετε στις ερωτήσεις τύπου σωστό-λάθος, θα σημειώσετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα σε κάθε γράμμα, μέσα σε παρένθεση, το σύμβολο Σ ή Λ
- 3 Για να απαντήσετε στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής θα σημειώσετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα, μέσα σε παρένθεση, τη σωστή απάντηση
- 4 Για να απαντήσετε στις ερωτήσεις αντιστοίχισης, θα σημειώσετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και μέσα σε παρένθεση τα αντίστοιχα ζεύγη
- 5 Για να απαντήσετε στις ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού, θα σημειώσετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα σε κάθε γράμμα, μέσα σε παρένθεση, τη σωστή πρόταση
- 6 Για να απαντήσετε στις ερωτήσεις σύντομης ανάπτυξης, θα σημειώσετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και στη συνέχεια θα γράψετε την απάντησή σας
- 7 Όλες οι απαντήσεις πρέπει να γραφούν με στυλό μπλέ ή μαύρου χρώματος και όχι μολύβι
- 8 Η τελευταία σελίδα του φύλλου απαντήσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως πρόχειρο
- 9 Δεν επιτρέπεται να σημειώνετε πάνω στο φύλλο των θεμάτων. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού

Διάρκεια εξέτασης δύο (2) ώρες

**Καλή επιτυχία!**

Μαντούδι, 9/6/2016

Ο Διευθυντής

Ο Εισηγητής

Αλεξίου Δημήτριος

Σκομπής Νικόλαος