

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΗΛΟΥ
Γραπτές Προαγωγικές Εξετάσεις Μαΐου - Ιουνίου 2016
Τάξη : Β'
Εξεταζόμενο Μάθημα : Άλγεβρα Γενικής Παιδείας

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

1. Αν η ελάχιστη τιμή μιας συνάρτησης f είναι ίση με 2, τότε η εξίσωση $f(x) = 1$ είναι αδύνατη.
2. Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της όταν για κάποια $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει : $f(x_1) < f(x_2)$
3. Η συνάρτηση εφαπτομένη είναι περιοδική με περίοδο π .
4. Έστω η πολυωνυμική εξίσωση $\alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0 = 0$, με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος $\rho \neq 0$ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου α_0 τότε ο ρ είναι ρίζα της εξίσωσης.
5. Για τη συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, ισχύει ότι $f(\sqrt{2}) > f(\sqrt{3})$.

A2. Να αποδείξετε ότι αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα τον αριθμό ρ τότε το $x - \rho$ είναι παράγοντας του $P(x)$.

Μονάδες: **A1.** 10 **A2.** 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{1}{2} \left[\eta\mu \left(\frac{\pi}{2} + x \right) - \sigma\upsilon\nu(\pi + x) \right], x \in \mathbb{R}.$$

B1. Να αποδείξετε ότι : $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$

B2. Να λύσετε την εξίσωση $2f^2(x) + 3f(x) - 2 = 0$ στο διάστημα $(0, 2\pi)$.

Μονάδες: **B1.** 10 **B2.** 15

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x) = e^{\kappa} \cdot x^3 - x^2 + (\ln \lambda) \cdot x + 3$$

Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x+1$ και διαιρούμενο με το $x-2$ αφήνει υπόλοιπο 9 τότε :

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\kappa = 0$ και $\lambda = e$

Για $\kappa = 0$ και $\lambda = e$

Γ2. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

Γ3. Να αποδείξετε ότι : για $x > 0$, $x^{\ln 5} = 5^{\ln x}$ (μονάδες 2) και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση $P(25^{\ln x} - 4x^{\ln 5} - 6) = 0$ (μονάδες 8)

Μονάδες: **Γ1.** 8 **Γ2.** 7 **Γ3.** 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$$

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Δ2. Να δείξετε ότι η f είναι περιττή.

Δ3. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 1$

Δ4. Να λύσετε την ανίσωση $f(e^x) > x + \ln 3$

Μονάδες: **Δ1.** 6 **Δ2.** 6 **Δ3.** 6 **Δ4.** 7

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα . Καλή Επιτυχία

Μήλος, Τρίτη 31 Μαΐου 2016

Ο Διευθυντής

Κωνσταντίνος Παπαδόπουλος

Ο Εισηγητής

Γιάννης Παπαδημητρίου