

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Θέμα Α

A1. Να αποδείξετε το παρακάτω θεώρημα.

Ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$

(Μονάδες 15)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη **Σωστή** ή **Λάθος**

α. Αν $P(\rho) = 0$ τότε ο αριθμός ρ είναι ρίζα του $P(x)$

β. Οι λύσεις της εξίσωσης $\epsilon\phi x = \epsilon\phi\theta$ είναι $x = 2\kappa\pi + \theta$, $\kappa \in \mathbf{Z}$

γ. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα το -2 τότε διαιρείται με το $x - 2$

δ. Η συνάρτηση $f(x) = a^x$ είναι πάντα γνησίως αύξουσα στο Π.Ο. της

ε. Αν $a > 0$ και a διαφορετικό του 1 τότε για οποιουσδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει

$$\log_a \frac{\theta_1}{\theta_2} = \log_a \theta_1 - \log_a \theta_2$$

(Μονάδες 10)

Θέμα Β

B1. Να αποδειχθεί ότι :

$$\left(\frac{1}{\eta\mu x} - \eta\mu x \right) \left(\frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \sigma\upsilon\nu x \right) = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$$

(Μονάδες 13)

B2. Να λυθεί η εξίσωση :

$$\left(\frac{1}{\eta\mu x} - \eta\mu x \right) \left(\frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \sigma\upsilon\nu x \right) = \frac{1}{2} \sigma\upsilon\nu x$$

(Μονάδες 13)

Θέμα Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 + 2\lambda)x^4 + (\lambda + 2)x^3 + 3x^2 - 11x$ με $\lambda \in \mathbb{R}$

Γ1. Να βρεθεί ο βαθμός του πολυωνόμου $P(x)$ για τις διάφορες τιμές του λ

(Μονάδες 6)

Γ2. Για $\lambda = 0$

α. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x + 1$

(Μονάδες 4)

β. Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 6$

(Μονάδες 6)

γ. Να λυθεί η ανίσωση $\frac{P(x) - 6}{x^2 - 5x + 6} \leq 0$

(Μονάδες 9)

Θέμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{6-x}{4+x}$

Δ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της $f(x)$

(Μονάδες 5)

Δ2. Να λυθεί η εξίσωση $f(x-2) + f(x) = 0$

(Μονάδες 6)

Δ3. Να λυθούν οι ανισώσεις :

α. $f(e^x) < x$

(Μονάδες 7)

β. $\frac{f(x)}{2} \geq \ln 3\sqrt{3} - \ln 3$

(Μονάδες 7)