

ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1°

A. Να αποδείξετε ότι το εμβαδό τραπεζίου με βάσεις B_1, B_2 και ύψος $υ$ δίνεται από τον τύπο:

$$E = \frac{(B_1 + B_2) \cdot υ}{2}$$

Μονάδες 10

B. Αν φ_v, λ_v και α_v είναι: η γωνία, η πλευρά και το απόστημα κανονικού εξαγώνου, να συμπληρώσετε τις ισότητες: $\varphi_v = \dots\dots\dots, \lambda_v = \dots\dots\dots, \alpha_v = \dots\dots\dots$

Μονάδες 5

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λάθος.

- α) Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB > A\Gamma$, AM διάμεσο και AD ύψος ισχύει : $AB^2 - A\Gamma^2 = BM \cdot \Delta M$.
- β) Ως δύναμη σημείου M ως προς κύκλο (O,R) ορίζεται η παράσταση: $\Delta^M_{(O,R)} = OM^2 + R^2$
- γ) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$), αν AD είναι ύψος τότε ισχύει: $AD^2 = \Delta B \cdot \Delta \Gamma$.
- δ) Το μήκος ενός τόξου 90° κύκλου ακτίνας R ισούται με: $l = \frac{\pi R}{2}$.
- ε) Αν AM είναι η διάμεσος τριγώνου $AB\Gamma$ τότε ισχύει: $(AMB) = (AM\Gamma)$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $\alpha=5, \beta=7, \gamma=6$.

- α) Να δείξετε ότι το $AB\Gamma$ είναι οξυγώνιο .
- β) Να υπολογίσετε την προβολή $B\Delta$ της πλευράς a πάνω στη γ .
- γ) Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου ΓM .

Μονάδες 8

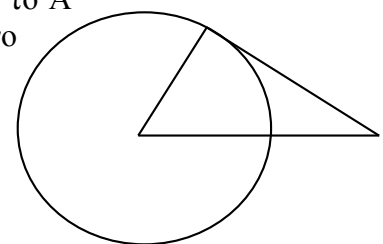
Μονάδες 8

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται κύκλος (O,R) και ακτίνα του OA . Στην προέκταση της OA προς το A παίρνουμε σημείο B , τέτοιο ώστε $OA=OB$. Αν $B\Gamma$ είναι το εφαπτόμενο τμήμα που άγεται από B προς τον κύκλο, να βρείτε:

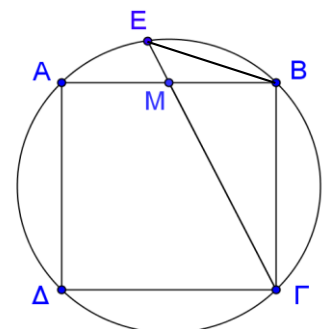
- α) Την γωνία $BO\Gamma$. Μονάδες 5
- β) Το μήκος του τμήματος $B\Gamma$. Μονάδες 6
- γ) Το μήκος του τόξου $A\Gamma$. Μονάδες 7
- δ) Το εμβαδό του μικτόγραμμου τριγώνου $BA\Gamma$. Μονάδες 7



ΘΕΜΑ 4°

Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο, πλευράς 20 cm εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R) M είναι το μέσον του ευθύγραμμου τμήματος AB και η ΓM τέμνει τον κύκλο στο σημείο E .

- α) Να αποδείξετε ότι: $\Gamma M = 10\sqrt{5}$ Μονάδες 10
- β) Να υπολογίσετε το EM . Μονάδες 10
- γ) Να αποδείξετε ότι: $(MB\Gamma) = 5(EMB)$ Μονάδες 5



ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1°

A1. Να διατυπωθεί και να αποδειχθεί το 1° θεώρημα των διαμέσων

Μονάδες 10

A2. Σχεδιάστε ένα τρίγωνο ένα παραλληλόγραμμο ένα τραπέζιο και έναν ρόμβο και για καθένα απο τα σχήματα αυτά να γράψετε έναν τύπο που να υπολογίζει το εμβαδόν του.

Μονάδες 5

A3. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με τα στοιχεία της στήλης Β και της στήλης Γ

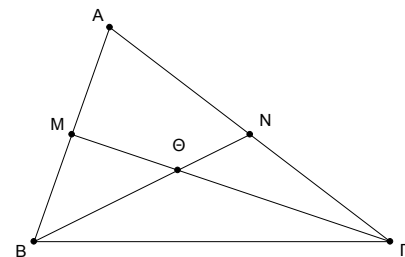
ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β	ΣΤΗΛΗ Γ
v	λ_v	α_v
3	$R\sqrt{2}$	$\frac{R\sqrt{2}}{2}$
4	R	$\frac{R}{2}$
6	$R\sqrt{3}$	$\frac{R\sqrt{3}}{2}$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = 6$, $AG = 8$ και γωνία $A = 60^\circ$. Αν οι διάμεσοι ΒΝ και ΓΜ του τριγώνου τέμνονται στο Θ να αποδείξετε ότι

- i. $(AB\Gamma) = 12\sqrt{3}cm^2$ Μονάδες 8
- ii. $(BM\Gamma) = (BN\Gamma)$ Μονάδες 8
- iii. $(BM\Theta) = (GN\Theta)$ Μονάδες 9

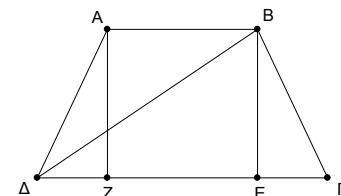


ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) με γωνίες $\Gamma, \Delta < 90^\circ$.

Αν ΔΖ η προβολή της ΑΔ στη ΔΓ και ΕΓ η προβολή της ΒΓ στη ΔΓ τότε να δείξετε ότι:

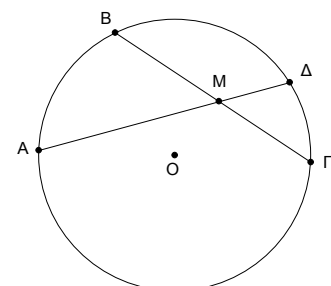
- i. $\Delta Z = E\Gamma$ Μονάδες 10
- ii. $B\Delta^2 = B\Gamma^2 + \Gamma\Delta \cdot AB$ Μονάδες 15



ΘΕΜΑ 4°

Αν Α,Β,Γ διαδοχικά σημεία κύκλου (Ο, R) ώστε $AB = 60^\circ$ και $B\Gamma = 120^\circ$ τότε να υπολογίσετε :

- i. Το τόξο ΑΓ και τη γωνία ΑΒΓ Μονάδες 5
- ii. Τις πλευρές ΑΒ και ΒΓ Μονάδες 7
- iii. Την ΑΜ όπου Μ το μέσο της ΒΓ Μονάδες 7
- iv. Την ΜΔ όπου Δ το σημείο τομής της προέκτασης της ΑΜ με τον κύκλο Μονάδες 6



ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1°

A. Να γράψετε τον ορισμό του κανονικού πολυγώνου.

(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

B. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτεινούς επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτεινούσα. (ΜΟΝΑΔΕΣ 10)

Γ. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη σωστή (Σ) ή λάθος (Λ).

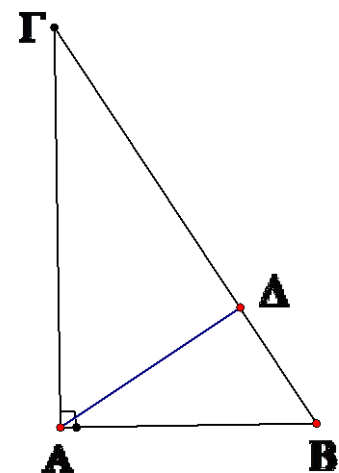
1. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $AB^2 + B\Gamma^2 = A\Gamma^2$ τότε $\hat{A} = 90^\circ$ Σ Λ
2. Το εμβαδόν τριγώνου $AB\Gamma$ δίνεται από τον τύπο: $E = \frac{1}{2}\beta \cdot \gamma$ Σ Λ
3. Η γωνία Φ_n και η κεντρική γωνία Ω_n ενός κανονικού πολυγώνου είναι συμπληρωματικές γωνίες. Σ Λ
4. Σε τετράγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, R) ισχύει ότι: $\lambda_4 = R\sqrt{2}$ Σ Λ
5. Αν δυο χορδές $AB, \Gamma\Delta$ ή οι προεκτάσεις τους τέμνονται σε ένα σημείο P , τότε ισχύει: $PA \cdot PB = P\Gamma \cdot P\Delta$ Σ Λ

(ΜΟΝΑΔΕΣ 5 X 2=10)

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) με $AB = 3 \text{ cm}$, $B\Gamma = 5 \text{ cm}$ και το ύψος του $A\Delta$.
Να υπολογίσετε :

- A)** Την πλευρά $A\Gamma$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 7)
- B)** Το ευθ. τμήμα $B\Delta$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 7)
- Γ)** Το ευθ. τμήμα $\Gamma\Delta$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 6)
- Δ)** Το ύψος $A\Delta$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

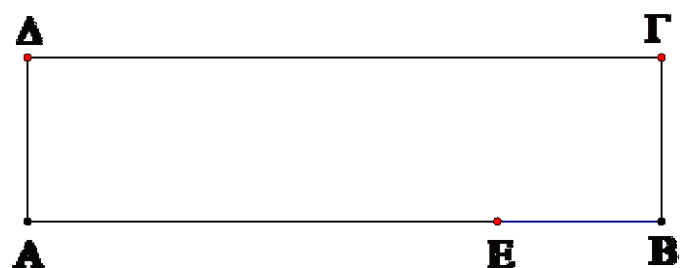


ΘΕΜΑ 3°

Η περίμετρος ενός ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ είναι 34 cm , και η μια διάσταση του είναι 12 cm

A. Να βρεθεί το εμβαδόν του $AB\Gamma\Delta$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 10)

B. Αν E σημείο της AB ώστε το τρίγωνο $BE\Gamma$ ($BE = B\Gamma$) να είναι ισοσκελές, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AE\Gamma$. (ΜΟΝΑΔΕΣ 8)



Γ. Να βρεθεί το ύψος του τριγώνου $ΑΕΓ$ που φέρουμε από την κορυφή $Ε$. (ΜΟΝΑΔΕΣ 7)

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε κύκλο $(Ο, R)$ παίρνουμε διαδοχικά τα τόξα

$ΑΒ = 60^\circ$, $ΒΓ = 90^\circ$ και $ΓΔ = 120^\circ$

Να υπολογισθούν ως συνάρτηση του R

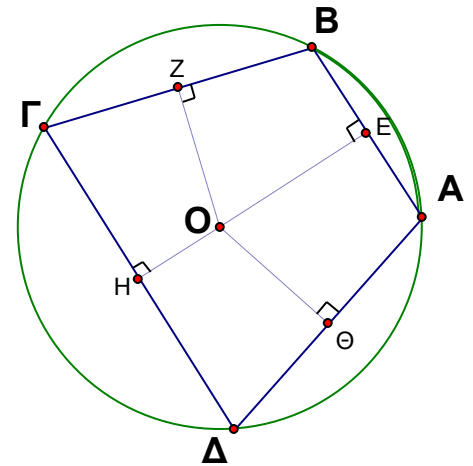
Α). οι πλευρές του τετραπλεύρου $ΑΒΓΔ$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)

Β) Τα τμήματα $ΟΕ$, $ΟΖ$, $ΟΗ$, $ΟΘ$. (ΜΟΝΑΔΕΣ 6)

Γ). Το εμβαδόν του τετραπλεύρου $ΑΒΓΔ$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 12)



ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1

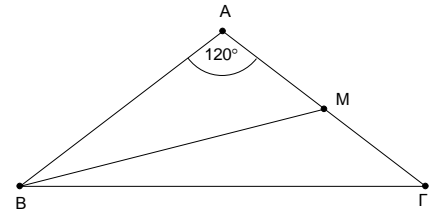
- A. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του επί το ύψος του. (ΜΟΝΑΔΕΣ 15)
- B. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις
1. Αν α, β, γ πλευρές τριγώνου $AB\Gamma$ τότε $\alpha^2 = \beta^2 - \gamma^2$ αν και μόνο αν $B = 90^\circ$
 2. Η διάμεσος τριγώνου χωρίζει το τρίγωνο σε δυο ισοδύναμα τρίγωνα
 3. Το εμβαδόν παραλληλογράμμου δίνεται από τον τύπο $E = \alpha \cdot \beta$ όπου α, β πλευρές του
 4. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) με $A\Delta$ ύψος ισχύει $\frac{AB^2}{A\Gamma^2} = \frac{\Gamma\Delta}{B\Delta}$
- (ΜΟΝΑΔΕΣ 10)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma = 1$ και γωνία $A = 120^\circ$.

Να υπολογίσετε

- A. Την πλευρά $B\Gamma$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 7)
- B. Τη διάμεσο $BM = \mu_\beta$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 8)
- Γ. Την προβολή της πλευράς AB στην πλευρά $A\Gamma$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 10)

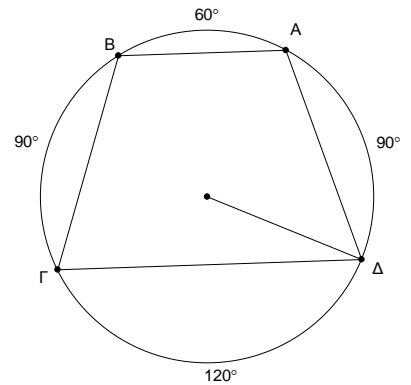


ΘΕΜΑ 3

Σε κύκλο (O, R) παίρνουμε διαδοχικά τόξα $AB = 60^\circ$, $B\Gamma = 90^\circ$,

$\Gamma\Delta = 120^\circ$. Να υπολογισθούν ως συνάρτηση του R

- A. Η περίμετρος του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 10)
- B. Το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ (ΜΟΝΑΔΕΣ 15)



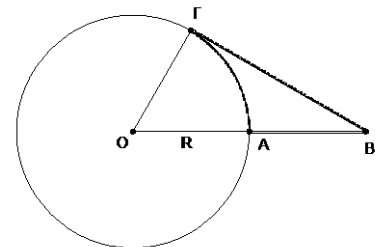
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος (O, R) και ακτίνα OA . Στην προέκταση της OA προς το

A παίρνουμε σημείο B ώστε $OA = AB$. Αν $B\Gamma$ είναι το εφαπτόμενο τμήμα που άγεται από το B προς τον κύκλο να υπολογίσετε ως συνάρτηση του

R

- A. Την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου $AB\Gamma$
- B. Το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου $AB\Gamma$



ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

- A1. Ναδειχθεί ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτεινούσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των καθέτων πλευρών στην υποτεινούσα.
Μονάδες 10
- A2. Να χαρακτηρισθούν οι παρακάτω προτάσεις Σωστές ή Λάθος
- Αν α, β, γ πλευρές τριγώνου $AB\Gamma$ και μια διάμεσος που αντιστοιχεί στην πλευρά α τότε $\alpha^2 + \beta^2 = 2\mu_\alpha^2 + \frac{\alpha^2}{2}$
 - Το εμβαδόν του ρόμβου ισούται με το ημιγινόμενο των διαγωνίων του .
 - Η πλευρά ισοπλεύρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο (O, R) ισούται με $\lambda_3 = R\sqrt{3}$
 - Αν το εμβαδόν τριγώνου είναι $E = 8$ τ.μ και η ακτίνα του εγγεγραμμένου του κύκλου είναι $\rho = 2$ τότε η περίμετρος είναι 4
 - Η κεντρική γωνία κανονικού εξαγώνου είναι 72° .

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A\Gamma = \sqrt{46}$ $B\Gamma = 8$ και $AB = 6$

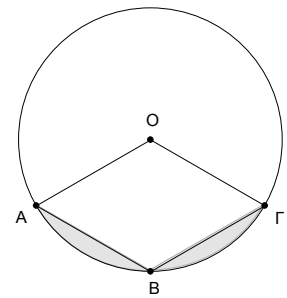
- B1. Να βρεθεί το είδος του τριγώνου.
B2. Να υπολογισθεί η διάμεσος AM .
B3. Να υπολογισθεί η προβολή $M\Delta$ της διαμέσου AM στην πλευρά $B\Gamma$
B4. Να υπολογισθεί το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου

Μονάδες 6
Μονάδες 7
Μονάδες 7
Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Στο διπλανό σχήμα το $OAB\Gamma$ είναι ρόμβος.

- Γ1. Ναδειχθεί ότι η $A\Gamma = \lambda_3$ Μονάδες 7
- Γ2. Ναδειχθεί ότι το εμβαδόν του ρόμβου $(OAB\Gamma) = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$ Μονάδες 8
- Γ3. Αν $R = 2$ να υπολογισθεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος. Μονάδες 10



ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα η χορδή $AB = \lambda_6$ και η $B\Gamma = \lambda_3$. Αν η εφαπτομένη του κύκλου στο A τέμνει την προέκταση της ΓB στο Σ

- Δ1. Ναδειχθεί ότι η $A\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου. Μονάδες 6
- Δ2. Αν R η ακτίνα του κύκλου ναδειχθεί ότι Μονάδες 5
- Δ3. Ναδειχθεί ότι $A\Sigma = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$ Μονάδες 7
- Δ4. Να υπολογισθεί ο λόγος των εμβαδών $\frac{(A\Sigma B)}{(AB\Gamma)}$ Μονάδες 7

