

## ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΡΙΤΗ 26 ΜΑΪΟΥ 2015

### ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

#### ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ:

#### ΘΕΜΑ Α

Α. Αν  $\vec{\alpha} = x_1, y_1$  και  $\vec{\beta} = x_2, y_2$  με συντελεστές διεύθυνσης  $\lambda_1, \lambda_2$  αντίστοιχα.

Να δείξετε ότι:  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$

Μονάδες 15

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη

**Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Έστω ένα διάνυσμα  $\vec{\alpha}$  και  $\lambda, \mu$  πραγματικοί. Αν  $\lambda \cdot \vec{\alpha} = \mu \cdot \vec{\alpha}$  τότε  $\lambda = \mu$ .

2. Κάθε ευθεία που διέρχεται από το  $A(x_0, y_0)$  είναι της μορφής:  $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$

3. Ισχύει:  $\text{συν}(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = 0$  τότε  $\vec{\alpha} \uparrow \uparrow \vec{\beta}$

4. Αν  $A(5, 1)$  και  $B(5, -1)$  τότε δεν ορίζεται το μέσο του  $\overline{AB}$

5. Η εφαπτομένη ενός κύκλου  $C: x^2 + y^2 = 25$  έχει εξίσωση:  $x_1 \cdot x + y_1 \cdot y = 5$  όπου

$A(x_1, y_1)$  το σημείο επαφής.

Μονάδες 10

#### 2° ΘΕΜΑ

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  με  $|\vec{\alpha}| = 2, |\vec{\beta}| = 3$  και  $|2\vec{\alpha} - \vec{\beta}| = 7$ .

Να αποδείξετε ότι:

Α.  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -6$

Μονάδες 6

Β.  $\text{συν}(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = -1$

Μονάδες 7

Γ.  $\vec{\alpha} = -\frac{2}{3}\vec{\beta}$

Μονάδες 6

Δ.  $|\frac{1}{2}\vec{\alpha} - \vec{\beta}| = 4$

Μονάδες 6

### **ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται τα σημεία του επιπέδου,  $A(1, 3)$ ,  $B(-2, -7)$  και  $\Gamma(4, -1)$

Να βρείτε:

- A.** την εξίσωση του ύψους  $AD$  καθώς και τις συντεταγμένες του σημείου  $D$ . **Μονάδες 8**
- B.** την εξίσωση της διαμέσου  $AM$  **Μονάδες 5**
- Γ.** την οξεία γωνία των  $AM$ ,  $AD$ . **Μονάδες 7**
- Δ.** το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$  **Μονάδες 5**

### **4° ΘΕΜΑ**

Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 + y^2 - 6kx - 8ky = 0$  με  $k \neq 0$

- A.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει κύκλο και στη συνέχεια να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του. **Μονάδες 7**
- B.** Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των κέντρων του. **Μονάδες 5**
- Γ.** Να αποδείξετε ότι ο κύκλος διέρχεται από την αρχή των αξόνων. **Μονάδες 3**
- Δ.** Θεωρούμε  $C'$  τον κύκλο για  $k = 1$ . Η ευθεία  $(\epsilon): y = \lambda x + 2$  τέμνει τον κύκλο  $C'$  στα  $A, B$  ώστε  $\hat{A}OB = 90^\circ$ , να βρείτε τη τιμή του πραγματικού  $\lambda$ . **Μονάδες 10**