

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
ΤΑΞΗ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
«ΟΜΑΔΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ»

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή ή Λάθος

α) Για κάθε διάνυσμα \vec{a} και $\vec{\beta}$ ισχύει $|\vec{a}\vec{\beta}| = |\vec{a}||\vec{\beta}|$ (μονάδες 2)

β) Αν $\vec{a} \perp \vec{\beta}$ τότε $\text{προβ}_{\vec{a}}\vec{\beta} = \text{προβ}_{\vec{\beta}}\vec{a} = \vec{0}$ (μονάδες 2)

γ) Η εφαπτομένη του κύκλου $\chi^2 + \psi^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(\chi_1, \psi_1)$ έχει τύπο $\chi\chi_1 + \psi\psi_1 = \rho^2$ (μονάδες 2)

δ) Η παραβολή $\psi = 4\chi^2$ έχει εστία $E(2, 0)$ (μονάδες 2)

ε) Η έλλειψη $\frac{\chi^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$ με $\alpha > \beta$ έχει εκκεντρότητα $\epsilon > 1$

(μονάδες 2)

A2. Αν $A(\chi_1, \psi_1)$ και $B(\chi_2, \psi_2)$ δυο σημεία του επιπέδου να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{AB} = (\chi, \psi)$ δίνονται από τις σχέσεις $\chi = \chi_2 - \chi_1$ και $\psi = \psi_2 - \psi_1$

(μονάδες 15)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(-5, -2)$ και η διάμεσος BM βρίσκεται πάνω στην ευθεία $\psi = \chi - 1$ και το ύψος $\Gamma\Delta$ πάνω στην ευθεία $\psi = -2\chi - 2$

B1. Να αποδείξετε ότι η πλευρά AB έχει εξίσωση: $\chi - 2\psi + 1 = 0$

(μονάδες 8)

B2. Να αποδείξετε ότι το B έχει συντεταγμένες $B(3, 2)$ (μονάδες 8)

B3. Να αποδείξετε ότι το Γ έχει συντεταγμένες $\Gamma(1, -4)$ (μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $\vec{AB} = (4,3)$ και $\vec{AG} = (1,7)$

- Γ1.** Να υπολογίσετε το εμβαδό του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ
(μονάδες 5)
- Γ2.** Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος \vec{BG}
(μονάδες 6)
- Γ3.** Να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο
(μονάδες 6)
- Γ4.** Αν η κορυφή Α κινείται στον κύκλο με εξίσωση $C: \chi^2 + \psi^2 = 4$ να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος στον οποίο κινείται το κέντρο Κ του τετραγώνου
(μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ

- Δ1.** Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου C_1 ο οποίος διέρχεται από το σημείο $P(2,1)$, έχει ακτίνα $\rho_1 = \sqrt{2}$ και η ευθεία $(\epsilon): \chi - \psi + 1 = 0$ τον τέμνει στα σημεία Α και Β έτσι ώστε $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = 0$
(μονάδες 8)
- Δ2.** Να βρεθεί κύκλος C_2 που εφάπτεται εξωτερικά στον $C_1: (\chi-1)^2 + (\psi-2)^2 = 2$ έχει κέντρο $\Lambda(4,5)$
(μονάδες 5)
- Δ3.** Να αποδείξετε ότι το κοινό τους σημείο των $C_1: (\chi-1)^2 + (\psi-2)^2 = 2$ και $C_2: (\chi-4)^2 + (\psi-5)^2 = 8$ είναι το $M(2,3)$ και στην συνέχεια να βρείτε την κοινή τους εφαπτομένη σ' αυτό
(μονάδες 3+3=6)
- Δ4.** Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων του κύκλου C_1 που διέρχονται από το σημείο $A(1-\sqrt{2}, 4+\sqrt{2})$ και στην συνέχεια να βρείτε την οξεία γωνία που σχηματίζουν μεταξύ τους.
(μονάδες 3+3=6)

Καλή Επιτυχία