1ο ΓΕ.Λ. ΛΙΒΑΔΕΙΑΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016
ΛΙΒΑΔΕΙΑ 17 ΜΑΪΟΥ 2016
ΤΑΞΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΖΗΤΗΜΑ Α

Α1. Αν $\vec{\alpha}=(x_1,y_1)$ και $\vec{\beta}=(x_2,y_2)$ με $x_1, x_2 \neq 0$ να αποδείξετε ότι ισχύει $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$, όπου λ_1 και λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

Α2. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή **(Σ)** ή λάθος **(Λ)** κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις: **ΜΟΝΑΔΕΣ 3x5=15**

α) Η ευθεία με εξίσωση $x = x_0$ είναι παράλληλη στον άξονα των τετμημένων $x'x$.

β) Αν $\vec{\alpha}$ μη μηδενικό διάνυσμα του επιπέδου, ισχύει $\left|\frac{1}{|\vec{\alpha}|}\vec{\alpha}\right| = 1$.

γ) Η διευθετούσα της παραβολής $x^2 = 2py$ είναι παράλληλη στον άξονα των τεταγμένων $y'y$.

δ) Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία για κάθε $A, B, \Gamma \in \mathbb{R}$.

ε) Για τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ισχύει ότι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$.

ΖΗΤΗΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία $A(-3,1)$, $B(\kappa,\lambda)$, $\kappa,\lambda \in \mathbb{R}$ και $M\left(-1,\frac{5}{2}\right)$.

Β1. Αν το σημείο Μ είναι το μέσον του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ, να βρείτε τις τιμές των $\kappa,\lambda \in \mathbb{R}$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 9**

Β2. Αν $\kappa = 1$ και $\lambda = 4$ να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ. **ΜΟΝΑΔΕΣ 9**

Β3. Να βρείτε την απόσταση της αρχής των αξόνων $O(0,0)$ από την μεσοκάθετη του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ. **ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

ΖΗΤΗΜΑ Γ

Γ1. Έστω $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου. Να αποδείξετε ότι $\text{προβ}_{\vec{\alpha}}\,\vec{\beta}=\dfrac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}}{\vec{\alpha}^{2}}\vec{\alpha}$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

Γ2. Αν για τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ του επιπέδου ισχύει $\text{προβ}_{\vec{\beta}}\,\vec{\alpha}=3\vec{\beta}$ και $\text{προβ}_{\vec{\alpha}}\,\vec{\beta}=\dfrac{1}{4}\vec{\alpha}$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $|\vec{\alpha}|=2\sqrt{3}|\vec{\beta}|$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

β) Να βρείτε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

γ) Αν $|\vec{\beta}|=\sqrt{3}$, να αποδείξετε ότι το μέτρο του διανύσματος $\vec{w}=\text{προβ}_{\vec{\beta}}\,\vec{\alpha}-\text{προβ}_{\vec{\alpha}}\,\vec{\beta}$ είναι $|\vec{w}|=\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

ΖΗΤΗΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση: $x^2+y^2+2\mu x-4(\mu+1)y+8\mu+4=0$ (1) με $\mu\in\mathbb{R}^*$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο για κάθε $\mu\in\mathbb{R}^*$ και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του. **ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

Δ2. Να αποδείξετε ότι όλοι οι κύκλοι που παριστάνει η εξίσωση (1) έχουν κοινή εφαπτομένη την ευθεία $x-2y+4=0$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

Δ3. Αν ο κύκλος (1) διέρχεται από την εστία της παραβολής $y^2=4x$ να βρείτε την τιμή του μ. **ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

Δ4. Ένα παιδικό παιχνίδι αποτελείται από έναν στύλο και ένα ευθύγραμμο βραχίονα μήκους $\sqrt{5}$ που το ένα του άκρο είναι κολλημένο στο στύλο και στο άλλο άκρο του είναι στερεωμένο ένα αυτοκινητάκι. Όταν λειτουργεί το παιχνίδι το αυτοκινητάκι εκτελεί κυκλική κίνηση γύρω από τον στύλο. Αν ο στύλος είναι τοποθετημένος στο κέντρο του κύκλου με εξίσωση (1), για $\mu=1$ και ένα ανθρωπάκι στέκεται ακίνητο στην εστία της παραπάνω παραβολής να βρείτε αν κατά την κίνησή του το αυτοκίνητο θα ρίξει κάτω το ανθρωπάκι. **ΜΟΝΑΔΕΣ 7**