

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρούμε δύο διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ με συντελεστές λ_1 και λ_2 αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha} / \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$. **Μονάδες 15**

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη

Σωστό ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ τότε η παραπάνω ευθεία είναι παράλληλη προς το διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$.

2. Αν λ_1, λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης δύο κάθετων διανυσμάτων τότε ισχύει:

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$$

3. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ με $x_1 \neq x_2$, τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας

$$(AB) \text{ είναι: } \lambda_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

4. Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A^2 + B^2 > 4\Gamma$ παριστάνει κύκλο.

5. Αν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$ τότε $\vec{\alpha} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 1, |\vec{\beta}| = 2$ και $\left(\vec{\alpha}, \vec{\beta} \right) = \frac{\pi}{3}$. Αν $\vec{u} = 3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ και

$\vec{v} = \vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$, να βρείτε:

B1. Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$

Μονάδες 5

B2. Τα μέτρα $|\vec{u}|, |\vec{v}|$.

Μονάδες 8

B3. Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u} \cdot \vec{v}$

Μονάδες 6

B4. Το συν $\left(\hat{\vec{u}}, \hat{\vec{v}}\right)$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η ευθεία ϵ με εξίσωση $(\lambda^2 - 2\lambda)x + (\lambda^2 - \lambda - 2)y + \lambda^2 - 6\lambda + 8 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ ①

Γ1. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες ① παριστάνει ευθεία.

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Μονάδες 7

Γ3. Αν $\epsilon: 4x + 5y = 0$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία ϵ με την ευθεία $(\zeta): 4x - y = 24$ και τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι κύκλοι: $C_1: x^2 + y^2 + \alpha x + \beta y - 10 = 0$

$$C_2: x^2 + y^2 + 2\alpha x + (2 - \beta)y + 10 = 0, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

Αν οι κύκλοι διέρχονται από το σημείο $A(-3, 1)$

Δ1. Να βρείτε τις τιμές των α, β .

Μονάδες 4

Για $\alpha = -2, \beta = -6$

Δ2. Να βρείτε τα κέντρα και τις ακτίνες τους.

Μονάδες 6

Δ3. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων στο σημείο A

Μονάδες 8

Δ4. Να βρείτε την γωνία που σχηματίζουν οι παραπάνω εφαπτόμενες.

Μονάδες 7

