

ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
11 ΜΑΪΟΥ 2017
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή ή Λανθασμένη:

α) Κάθε εξίσωση του κύκλου με κέντρο (x_0, y_0) και ακτίνα ρ δίνεται από την εξίσωση: $C: (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho$.

β) Όλες οι ευθείες που διέρχονται από το σημείο $M(x_0, y_0)$ έχουν εξίσωση:

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0), \lambda \in \mathbb{R}.$$

γ) Αν $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \pi$ τότε $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$.

δ) Για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$ τότε $\vec{\alpha} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$.

ε) Η εξίσωση εφαπτομένης του μοναδιαίου κύκλου στο σημείο $M(x_1, y_1)$ είναι $xx_1 + yy_1 = 1$.

Μονάδες 10

A2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1), \vec{\beta} = (x_2, y_2)$ με συντελεστές

διευθύνσεως λ_1, λ_2 , να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$.

Μονάδες 15**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται τα σημεία $A(3,1), B(5,5), \Gamma(1,3)$ του επιπέδου.

B1. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ σχηματίζουν τρίγωνο (μονάδες 5) και να υπολογίσετε τον εμβαδόν του (μονάδες 4).

Μονάδες 9

B2. Να υπολογίσετε την εξίσωση της μεσοκαθέτου της ΑΓ.

Μονάδες 7

B3. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες της κορυφής Δ έτσι ώστε το ΑΒΓΔ να είναι ρόμβος.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα σημεία A, B, Γ του επιπέδου τέτοια ώστε:

- $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} = 3\overrightarrow{OG}$
- $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = 1$
- $|\overrightarrow{OG}| = \frac{\sqrt{5}}{3}$

όπου O η αρχή των αξόνων. Να αποδείξετε ότι:

Γ1. το σημείο Γ βρίσκεται μεταξύ των σημείων A και B.

Μονάδες 6

Γ2. $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$

Μονάδες 6

Γ3. $|\overrightarrow{AG}| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Μονάδες 6

Γ4. η γωνία $(\overrightarrow{OG}, \overrightarrow{GA})$ είναι αμβλεία.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Έστω κύκλος C διέρχεται από τα σημεία A(2,3) και B(4,1) με το κέντρο του να ανήκει στην ευθεία $x - 3y + 3 = 0$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι $C : (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 2$

Μονάδες 6

Δ2. Να υπολογίσετε τις εφαπτόμενες του κύκλου C από το σημείο Σ(0,1).

Μονάδες 6

Δ3. Έστω η παραμετρική εξίσωση γραμμής:

$$(x - y - 1) + \mu(-x - y + 5) = 0, \mu \in \mathbb{R} \quad (1)$$

- i)** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία (ε) για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$ και ότι διέρχονται από σταθερό σημείο το οποίο να υπολογίσετε.

Μονάδες 7

- ii)** Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες (ε) τέμνουν τον κύκλο C για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$ στα σημεία $\Gamma(x_1, y_1), \Delta(x_2, y_2)$ τέτοια ώστε:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 8.$$

Μονάδες 6

ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΙΩΑΝΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ

ΔΗΜΗΤΡΑ ΣΑΚΕΛΛΑΡΙΟΥ

ΜΑΚΗΣ ΧΑΤΖΟΠΟΥΛΟΣ