ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ 2017

ΤΑΞΗ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΖΗΤΗΜΑ Α

Α1. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή **(Σ)** ή λανθασμένη **(Λ)** κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις: **Μονάδες 2x5=10**

α) Για κάθε διάνυσμα $\vec{a}$ του επιπέδου και για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ ισχύει $|\lambda\vec{a}| = \lambda|\vec{a}|$.

β) Η ευθεία με εξίσωση $x = a$ είναι κάθετη στον άξονα $x'x$.

γ) Η ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (A, B)$.

δ) Αν $A^2 + B^2 - 4\Gamma < 0$, η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο.

ε) Η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $M(x_1, y_1)$ είναι $x x_1 + y y_1 = 0$.

Α2. Έστω $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δύο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου. Αν υποθέσουμε ότι (x, y) είναι οι συντεταγμένες του μέσου M του AB, τότε να αποδείξετε ότι $x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$ και $y = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$. **Μονάδες 15**

ΖΗΤΗΜΑ Β

Για τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ του καρτεσιανού επιπέδου δίνεται ότι $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{\beta}| = 2$ και $\left(\widehat{\vec{a}, \vec{\beta}}\right) = \dfrac{\pi}{3}$.

Β1. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a}\vec{\beta}$. **Μονάδες 8**

Β2. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό λ έτσι, ώστε τα διανύσματα $\vec{a} + \vec{\beta}$ και $5\vec{a} - \lambda\vec{\beta}$ να είναι κάθετα μεταξύ τους. **Μονάδες 8**

Β3. Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{v} = \vec{a} - 4\vec{\beta}$. **Μονάδες 9**

ΖΗΤΗΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $(3a-5)x+(a-3)y-4a+8=0$ (1) με $\alpha\in\mathbb{R}$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $a\in\mathbb{R}$.

Μονάδες 8

Γ2. Αν $a>2$ να βρείτε ποια από τις ευθείες που παριστάνει η εξίσωση (1) ισαπέχει από τα σημεία $A(4,-3)$ και $B(3,2)$. **Μονάδες 9**

Γ3. Αν (δ) είναι η ευθεία που προκύπτει από την εξίσωση (1) για $a=5$ και Γ είναι το σημείο τομής της με τον άξονα $y'y$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. **Μονάδες 8**

ΖΗΤΗΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2+y^2-2\lambda x-1=0$ (1) με $\lambda\in\mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$, του οποίου να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα ρ. **Μονάδες 6**

Δ2. Να υπολογίσετε τις τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$ έτσι, ώστε η απόσταση του κέντρου K από την ευθεία $(\varepsilon):3x-4y=-7$ να είναι διπλάσια από την απόσταση του K από τον άξονα $y'y$. **Μονάδες 6**

Δ3. Να αποδείξετε ότι όλοι οι κύκλοι που ορίζονται από την εξίσωση (1) διέρχονται από δύο σταθερά σημεία. Ποια είναι η εξίσωση της κοινής χορδής όλων αυτών των κύκλων; **Μονάδες 7**

Δ4. Να βρείτε ποιος από τους κύκλους που ορίζονται από την εξίσωση (1) εφάπτεται στην ευθεία $(\delta): y=-x+1$. **Μονάδες 6**