

Μαθηματικά Προσανατολισμού- Β' Λυκείου

Θέμα Α

A1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας (ϵ) που διέρχεται από τα σημεία

$$A(x_1, y_1) \text{ και } B(x_2, y_2) \text{ με } x_1 \neq x_2 \text{ είναι η } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Ποια είναι η μορφή της ευθείας αν $x_1 = x_2$;

(Μονάδες 15)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη **Σωστή** ή **Λάθος**.

1. $\vec{a} / |\vec{\beta}| \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{\beta} = |\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|$

2. Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\eta} = (A, B)$

3. Αν $\det(\vec{a}, \vec{\beta})$ είναι η ορίζουσα των διανυσμάτων $\vec{a}, \vec{\beta}$ τότε ισχύει η ισοδυναμία

$$\vec{a} / |\vec{\beta}| \Leftrightarrow \det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 1$$

4. Η ακτίνα του κύκλου $C: x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ είναι ίση με $\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{4}$

5. Η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο $A(x_1, y_1)$ είναι η $xx_1 + yy_1 = \rho^2$

Θέμα Β

Δίνονται τα διανύσματα \vec{a}, \vec{b} με $|\vec{a}| = 1$, $\vec{b} = (1, \sqrt{3})$ και $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$

B1. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{b}$ και τη γωνία του διανύσματος

$\vec{b} = (1, \sqrt{3})$ με τον άξονα $x'x$

B2. Αν $\vec{u} = 3\vec{a} - \vec{b}$ να βρείτε το μέτρο $|\vec{u}|$

B3. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό κ ώστε τα διανύσματα $\vec{u} = 3\vec{a} - \vec{b}$ και

$\vec{v} = \kappa\vec{a} + 2\vec{b}$ να είναι κάθετα.

(Μονάδες : $9+8+8 = 25$)

Θέμα Γ

Δίνονται τα σημεία $A(5,1)$ και $B(1,3)$

Γ1. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB και την εξίσωση της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος AB

Γ2. Να βρείτε σημείο Γ του άξονα $y'y$ τέτοιο ώστε το τρίγωνο $AB\Gamma$ να είναι ισοσκελές στο Γ

Γ3. Να βρείτε σημείο M του άξονα xx' για το οποίο το εμβαδόν του τριγώνου MAB είναι 7

(Μονάδες : $11+7+7 = 25$)

Θέμα Δ

Έστω C_1 ο κύκλος ο οποίος έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και εφάπτεται στην ευθεία $3x + 4y - 25 = 0$

Δ1. Να δείξετε ότι η εξίσωση του κύκλου C_1 είναι $x^2 + y^2 = 25$

Δ2. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου C_1 που είναι παράλληλες στην ευθεία $4x - 3y + 2 = 0$

Δ3. Αν $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$ είναι ένας άλλος κύκλος C_2 να δείξετε ότι το κέντρο του είναι σημείο του κύκλου C_1 και ότι εφάπτεται στον άξονα yy'

Δ4. Αν δύο σημεία A, B κινούνται στον κύκλο C_2 έτσι ώστε $(AB) = 6$ να δείξετε ότι $|\vec{OA} + \vec{OB}| = 10$

(Μονάδες : $4+8+6+7 = 25$)