

Μαθηματικά Προσανατολισμού

Θέμα Πρώτο

A1. Έστω τα διανύσματα $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$. Αν $\vec{a} \perp \vec{\beta}$ να δείξετε ότι ισχύει $\lambda_1 \lambda_2 = -1$ όπου $\lambda_1 = \lambda_{\vec{a}}$ και $\lambda_2 = \lambda_{\vec{\beta}}$ εφόσον $\vec{a}, \vec{\beta} \setminus \setminus y'y$

(Μονάδες 15)

A2. Να χαρακτηρίσετε με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) τις παρακάτω προτάσεις

α. Αν $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{\beta}$ τότε $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = |\vec{a}| |\vec{\beta}|$

β. Ισχύει $\vec{a} = \vec{\beta} \Leftrightarrow |\vec{a}| = |\vec{\beta}|$

γ. Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, A)$

δ. Η παραβολή $y^2 = 2px$ έχει εστία $E\left(0, \frac{p}{2}\right)$

ε. Αν $\vec{a} // \vec{\beta} \Rightarrow \det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$

(Μονάδες 10)

Θέμα Δεύτερο

Δίνονται τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ με $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 6$ $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{2\pi}{3}$

B1. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$

(Μονάδες 5)

B2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{\beta}$ και $\vec{v} = \kappa\vec{a} + \vec{\beta}$

Αν $\vec{u} \perp \vec{v}$ να βρείτε το $\kappa \in \mathbb{R}$

(Μονάδες 10)

B3. Για $\kappa = -12$ να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v})$

(Μονάδες 10)

Θέμα Τρίτο

Γ1. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία $O(0,0)$, $A(2,0)$ και $B(0,3)$ καθώς επίσης το κέντρο K και ακτίνα του ρ

(Μονάδες 9)

Γ2. Αν ο παραπάνω κύκλος έχει εξίσωση $x^2 + y^2 - 2x - 3y = 0$, τότε

i. Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης του στο σημείο $A(2,0)$ είναι η ευθεία $\varepsilon : 2x - 3y - 4 = 0$

ii. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AK\Gamma$, όπου Γ το σημείο τομής της εφαπτομένης (ε) με τον άξονα $y'y$

Θέμα Τέταρτο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (x - y, 1)$ και $\vec{\beta} = (5x - 5y - 4, x - y)$, $x, y \in \mathbb{R}$

Δ1. Αν $\vec{\alpha} / \vec{\beta}$ να δείξετε ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων $M(x, y)$ είναι δύο παράλληλες ευθείες

Δ2. Αν οι παραπάνω ευθείες είναι οι $\varepsilon_1 : x - y - 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : x - y - 4 = 0$ τότε να βρείτε :

(Μονάδες 8)

i. Το εμβαδόν του τετραγώνου του οποίου οι δύο πλευρές βρίσκονται πάνω στις δύο παράλληλες ευθείες ε_1 και ε_2

(Μονάδες 8)

ii. Την μεσοπαράλληλη ευθεία (ε) των δύο παράλληλων ευθειών ε_1 και ε_2

(Μονάδες 8)