

Γραπτές Προαγωγικές Εξετάσεις Μαΐου - Ιουνίου 2017
Τάξη Β' Λυκείου
Εξεταζόμενο μάθημα: Μαθηματικά Ομάδας Προσανατολισμού
Θετικών Σπουδών

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή ή λανθασμένη.

1. Το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων είναι ίσο με το άθροισμα των γινομένων των ομώνυμων συντεταγμένων τους.
2. Κάθε ευθεία του επιπέδου έχει εξίσωση της μορφής $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$.
3. Κάθε εξίσωση της μορφής $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο.
4. Για την έλλειψη $C: \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ ισχύουν: $|x| \leq \alpha$ και $|y| \leq \beta$.
5. Η εκκεντρότητα ϵ της παραπάνω έλλειψης ικανοποιεί τη σχέση

$$\frac{\beta}{\alpha} = \sqrt{\epsilon^2 - 1}.$$

A2. Αν $\vec{a} = (x, y)$ τότε να αποδείξετε ότι: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Μονάδες: A1. 10 A2. 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}$ και $\vec{\beta} = 4\vec{j}$ όπου \vec{i} και \vec{j} τα μοναδιαία διανύσματα των αξόνων $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα.

B1. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$

B2. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό k ώστε τα διανύσματα $\vec{a} + \vec{\beta}$ και $2\vec{a} - k\vec{\beta}$ να είναι κάθετα.

B3. Για $k = \frac{4}{5}$ να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα

$\vec{\gamma} = 2\vec{a} - \frac{5}{4}k\vec{\beta}$ με τον άξονα $x'x$.

Μονάδες: B1. 7 B2. 9 B3. 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται:

- η εξίσωση: $2x + y + 5 + k(x - y + 4) = 0$ (1) όπου $k \in \mathbb{R}$ και
- τα σημεία $A(4,0)$, $B(1,2)$, $\Gamma(-1,-1)$ του επιπέδου.

Γ1. Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε τιμή της παραμέτρου k .

Γ2. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B , Γ δεν είναι συνευθειακά και στη συνέχεια ότι το τρίγωνο με κορυφές αυτά τα σημεία είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

Γ3. Να βρείτε την εξίσωση του περιγεγραμμένου στο $AB\Gamma$ κύκλου.

Γ4. Να βρείτε την ευθεία που προκύπτει από την (1) και είναι παράλληλη προς τη βάση του ισοσκελούς $B\Gamma A$, και στη συνέχεια να υπολογίσετε το ύψος του τραπέζιου που σχηματίζεται.

Μονάδες: Γ1. 4 Γ2. 8 Γ3. 6 Γ4. 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η παραβολή με εξίσωση $C : y^2 = 8x$

Δ1. Να βρείτε την εστία E , την διευθετούσα δ της παραβολής και να κάνετε ένα πρόχειρο σχήμα.

Δ2. Να αποδείξετε ότι η κορυφή της παραβολής είναι το πλησιέστερο στην εστία σημείο της.

Δ3. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της παραβολής που σχηματίζουν με τους άξονες συντεταγμένων τρίγωνο με εμβαδόν 2 τετραγωνικές μονάδες.

Δ4. Αν $ΚΛ$ τυχαία χορδή της παραβολής C με $(ΕΚ) + (ΕΛ) = 10$ τότε να βρείτε που κινείται το μέσο M της χορδής $ΚΛ$.

Μονάδες: Δ1. 6 Δ2. 7 Δ3. 6 Δ4. 6

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα. Καλή Επιτυχία!

Μήλος, Δευτέρα 15 Μαΐου 2017

Ο Διευθυντής

Ο Εισηγητής

Κωνσταντίνος Παπαδόπουλος

Γιάννης Παπαδημητρίου