**Β ΄ ΑΘΗΝΑΣ** ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ : ***2016 – 2017***

 ΤΑΞΗ : ***Β ΄***

 ΜΑΘΗΜΑ : **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

 ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

 **ΘΕΤΙΚΩΝ** ΣΠΟΥΔΩΝ

 **ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

 **ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ *2017***

**Θέμα Α**

***Α1.*** Να αποδείξετε το θεώρημα : « Κάθε ευθεία του επιπέδου

 έχει εξίσωση της μορφής **Αχ + Βψ + Γ = 0** με **Α ≠ 0 *ή* Β ≠ 0 *( 1 )***

 και αντιστρόφως , κάθε εξίσωση της μορφής  ***( 1 )***

 παριστάνει ευθεία γραμμή *»*

 **Μονάδες 15**

***Α2.*** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ,

 γράφοντας στην κόλα σας δίπλα στο γράμμα που

 αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ***Σωστό*** , αν η

 πρόταση είναι σωστή , ***ή Λάθος***  αν η πρόταση είναι

 λανθασμένη  :

 ***α.*** Η παραβολή με κορυφή την αρχή των αξόνων ***Ο( 0 , 0 )***

 και διευθετούσα  ***ψ = - p/2***  , έχει άξονα συμμετρίας τον

 ***χχ΄***  .

 **Μονάδες 2**

 ***β.*** Ισχύει πάντα ότι :  ή 

 **Μονάδες 2**

 **ΤΕΛΟΣ 1ης  ΣΕΛΙΔΑΣ**

 **ΑΡΧΗ 2ης  ΣΕΛΙΔΑΣ**

 ***γ.*** Η εξίσωση ***ψ = λχ , λ ε R*** παριστάνει για τις διάφορες

τιμές ***λ***  όλες τις ευθείες που διέρχονται από την αρχή των

 αξόνων **Μονάδες 2**

 ***δ.*** Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής ***ψ*** ***2 = 2pχ***

 στο σημείο ***Μ1 ( χ1 , ψ1 ) ,*** είναι ***ψψ1 = p( χ + χ1 )***

 **Μονάδες 2**

 ***ε.*** Η υπερβολή ***C***  :  έχει ασύμπτωτες τις

 ευθείες με εξισώσεις 

 **Μονάδες 2**

**Θέμα Β**

Δίνεται η υπερβολή ***C*  : χ2 – ψ2 = 1** .

***Β1.*** Να προσδιορίσετε τις εστίες ***Ε , Ε΄***  , τις κορυφές ***Α , Α ΄***  και τις

 ασύμπτωτες ***( ε ) , ( ε ΄)*** της ***C***  .

 **Μονάδες 10**

***Β2.*** Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο  .

 **Μονάδες 8**

***Β3.***  Να υπολογίσετε την απόσταση της εστίας ***Ε*** από μία από τις

 παραπάνω ασύμπτωτες ***( ε ) , ( ε ΄)*** .

 **Μονάδες 7**

 **ΤΕΛΟΣ 2ης  ΣΕΛΙΔΑΣ**

 **ΑΡΧΗ 3ης  ΣΕΛΙΔΑΣ**

**Θέμα Γ**

Δίνονται τα διανύσματα  με  και  rad ,

καθώς και οι εξισώσεις :

* ***C :***  και
*  με ***λ ε R***

***Γ1.*** Να προσδιορίσετε το  και στη συνέχεια να αποδείξετε

 ότι η εξίσωση ***( 1 )***  παριστάνει κύκλο με κέντρο ***Κ ( - 3 , 1 )***

 και ακτίνα ***ρ = 1 .***

**Μονάδες 8**

***Γ2.*** Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου ***C***  ,

 οι οποίες διέρχονται από την αρχή των αξόνων .

 **Μονάδες 5**

***Γ3.*** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση ***( 2 )***  παριστάνει ευθεία για κάθε

 ***λ ε R*** και  ότι όλες οι ευθείες που παριστάνει η εξίσωση ***( 2 )***

 για τις διάφορες τιμές του ***λ ε R*** διέρχονται από σταθερό

 σημείο , το οποίο και να βρείτε .

 **Μονάδες 5**

 **ΤΕΛΟΣ 3ης  ΣΕΛΙΔΑΣ**

 **ΑΡΧΗ 4ης  ΣΕΛΙΔΑΣ**

***Γ4.*** Να βρείτε ποια από τις ευθείες της εξίσωσης ***( 2 )***  ορίζει στον

 κύκλο  ***C*** χορδή με το μέγιστο δυνατό μήκος .

 **Μονάδες 4**

**Θέμα Δ**

Δίνεται η εξίσωση : **χ2 + ψ2 = 2λ( 3χ – ψ ) , λ ε R\* *( 1 )***

***Δ1.*** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση ***( 1 )*** παριστάνει κύκλο για κάθε

 ***λ ε R\**** , που διέρχεται από το ***Ο( 0 , 0 )*** και του οποίου να

 βρείτε το κέντρο και την ακτίνα .

 ***Μονάδες 7***

***Δ2.*** Να προσδιορίσετε το γεωμετρικό τόπο των κέντρων των

 κύκλων που ορίζονται από την ***( 1 )*** *.*

 ***Μονάδες 5***

***Δ3.***  Να αποδείξετε ότι κάθε κύκλος που ορίζεται από την ***( 1 )***

εφάπτεται της ευθείας  ***( ε )* : ψ = 3χ**  .

 ***Μονάδες 6***

***Δ4.*** Αν το τμήμα ***ΟΑ***  είναι διάμετρος κύκλου ( ***Ο***  είναι η αρχή των

 αξόνων ) που ορίζεται από την ***( 1 )***  και έχει μήκος  ,

 να βρείτε την εφαπτομένη του κύκλου αυτού στο ***Α*** .

 ***Μονάδες 7***

* ***Να απαντήσετε σε ό λ α τα θέματα***
* ***Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι***

 ***αποδεκτή***

**Ευχόμαστε Ε π ι τ υ χ ί α 11 – 5 – 2017**