**Β ΄ ΑΘΗΝΑΣ** ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ : ***2016 – 2017***

ΤΑΞΗ : ***Β ΄***

ΜΑΘΗΜΑ : **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

**ΘΕΤΙΚΩΝ** ΣΠΟΥΔΩΝ

**ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ *2017***

**Θέμα Α**

***Α1.*** Να αποδείξετε το θεώρημα : « Κάθε ευθεία του επιπέδου

έχει εξίσωση της μορφής **Αχ + Βψ + Γ = 0** με **Α ≠ 0 *ή* Β ≠ 0 *( 1 )***

και αντιστρόφως , κάθε εξίσωση της μορφής  ***( 1 )***

παριστάνει ευθεία γραμμή *»*

**Μονάδες 15**

***Α2.*** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ,

γράφοντας στην κόλα σας δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ***Σωστό*** , αν η

πρόταση είναι σωστή , ***ή Λάθος***  αν η πρόταση είναι

λανθασμένη  :

***α.*** Η παραβολή με κορυφή την αρχή των αξόνων ***Ο( 0 , 0 )***

και διευθετούσα  ***ψ = - p/2***  , έχει άξονα συμμετρίας τον

***χχ΄***  .

**Μονάδες 2**

***β.*** Ισχύει πάντα ότι :  ή 

**Μονάδες 2**

**ΤΕΛΟΣ 1ης  ΣΕΛΙΔΑΣ**

**ΑΡΧΗ 2ης  ΣΕΛΙΔΑΣ**

***γ.*** Η εξίσωση ***ψ = λχ , λ ε R*** παριστάνει για τις διάφορες

τιμές ***λ***  όλες τις ευθείες που διέρχονται από την αρχή των

αξόνων **Μονάδες 2**

***δ.*** Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής ***ψ*** ***2 = 2pχ***

στο σημείο ***Μ1 ( χ1 , ψ1 ) ,*** είναι ***ψψ1 = p( χ + χ1 )***

**Μονάδες 2**

***ε.*** Η υπερβολή ***C***  :  έχει ασύμπτωτες τις

ευθείες με εξισώσεις 

**Μονάδες 2**

**Θέμα Β**

Δίνεται η υπερβολή ***C*  : χ2 – ψ2 = 1** .

***Β1.*** Να προσδιορίσετε τις εστίες ***Ε , Ε΄***  , τις κορυφές ***Α , Α ΄***  και τις

ασύμπτωτες ***( ε ) , ( ε ΄)*** της ***C***  .

**Μονάδες 10**

***Β2.*** Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο  .

**Μονάδες 8**

***Β3.***  Να υπολογίσετε την απόσταση της εστίας ***Ε*** από μία από τις

παραπάνω ασύμπτωτες ***( ε ) , ( ε ΄)*** .

**Μονάδες 7**

**ΤΕΛΟΣ 2ης  ΣΕΛΙΔΑΣ**

**ΑΡΧΗ 3ης  ΣΕΛΙΔΑΣ**

**Θέμα Γ**

Δίνονται τα διανύσματα  με  και  rad ,

καθώς και οι εξισώσεις :

* ***C :***  και
*  με ***λ ε R***

***Γ1.*** Να προσδιορίσετε το  και στη συνέχεια να αποδείξετε

ότι η εξίσωση ***( 1 )***  παριστάνει κύκλο με κέντρο ***Κ ( - 3 , 1 )***

και ακτίνα ***ρ = 1 .***

**Μονάδες 8**

***Γ2.*** Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου ***C***  ,

οι οποίες διέρχονται από την αρχή των αξόνων .

**Μονάδες 5**

***Γ3.*** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση ***( 2 )***  παριστάνει ευθεία για κάθε

***λ ε R*** και  ότι όλες οι ευθείες που παριστάνει η εξίσωση ***( 2 )***

για τις διάφορες τιμές του ***λ ε R*** διέρχονται από σταθερό

σημείο , το οποίο και να βρείτε .

**Μονάδες 5**

**ΤΕΛΟΣ 3ης  ΣΕΛΙΔΑΣ**

**ΑΡΧΗ 4ης  ΣΕΛΙΔΑΣ**

***Γ4.*** Να βρείτε ποια από τις ευθείες της εξίσωσης ***( 2 )***  ορίζει στον

κύκλο  ***C*** χορδή με το μέγιστο δυνατό μήκος .

**Μονάδες 4**

**Θέμα Δ**

Δίνεται η εξίσωση : **χ2 + ψ2 = 2λ( 3χ – ψ ) , λ ε R\* *( 1 )***

***Δ1.*** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση ***( 1 )*** παριστάνει κύκλο για κάθε

***λ ε R\**** , που διέρχεται από το ***Ο( 0 , 0 )*** και του οποίου να

βρείτε το κέντρο και την ακτίνα .

***Μονάδες 7***

***Δ2.*** Να προσδιορίσετε το γεωμετρικό τόπο των κέντρων των

κύκλων που ορίζονται από την ***( 1 )*** *.*

***Μονάδες 5***

***Δ3.***  Να αποδείξετε ότι κάθε κύκλος που ορίζεται από την ***( 1 )***

εφάπτεται της ευθείας  ***( ε )* : ψ = 3χ**  .

***Μονάδες 6***

***Δ4.*** Αν το τμήμα ***ΟΑ***  είναι διάμετρος κύκλου ( ***Ο***  είναι η αρχή των

αξόνων ) που ορίζεται από την ***( 1 )***  και έχει μήκος  ,

να βρείτε την εφαπτομένη του κύκλου αυτού στο ***Α*** .

***Μονάδες 7***

* ***Να απαντήσετε σε ό λ α τα θέματα***
* ***Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι***

***αποδεκτή***

**Ευχόμαστε Ε π ι τ υ χ ί α 11 – 5 – 2017**