

ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι κάθε εξίσωση της μορφής:

$$Ax + By + \Gamma = 0, \quad A \neq 0 \text{ ή } B \neq 0$$

παριστάνει ευθεία γραμμή.

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις **α)** και **β)** που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη, ενώ για τις προτάσεις **γ), δ)** και **ε)** επιλέξτε τη **μοναδική** σωστή απάντηση.

α) Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$, τότε ισχύει η ισοδυναμία: $\vec{\alpha} \neq \vec{0} \Leftrightarrow (x \neq 0 \text{ και } y \neq 0)$

β) Αν $\vec{\alpha}^2 = \vec{\beta}^2$, τότε $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$ ή $\vec{\alpha} = -\vec{\beta}$.

γ) Η γωνία που σχηματίζει η ευθεία $(\varepsilon): y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + 2017$ είναι:

I. $\frac{\pi}{6}$ **II.** $\frac{5\pi}{6}$ **III.** $\frac{2\pi}{3}$ **IV.** $\frac{3\pi}{4}$

δ) Η ευθεία $x = 2017$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα:

I. $\vec{\delta} = (2017, 1)$ **II.** $\vec{\delta} = (1, 2017)$ **III.** $\vec{\delta} = (0, 2017)$ **IV.** $\vec{\delta} = (2017, 0)$

ε) Η εφαπτομένη του κύκλου $C: x^2 + y^2 = 2017$ στο σημείο του $M(x_1, y_1)$ με $x_1 \neq 0, y_1 \neq 0$ έχει συντελεστή διεύθυνσης ίσο με:

I. $\frac{x_1}{y_1}$ **II.** $\frac{y_1}{x_1}$ **III.** $-\frac{y_1}{x_1}$ **IV.** $-\frac{x_1}{y_1}$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(1, 1)$, $B(-7, -5)$ και $\Gamma(-1, 7)$.

B1. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 6

B2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας της πλευράς $B\Gamma$ του τριγώνου, καθώς και την εξίσωση ευθείας του ύψους $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 12

B3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας της διαμέσου AM του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται:

- τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$, για τα οποία: $|\vec{\alpha}| = 3$, $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = \frac{2\pi}{3}$ και $|\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}| = 7$
- η εξίσωση $C : x^2 + y^2 - \frac{4}{3}|\vec{\alpha}| \cdot x + 2|\vec{\beta}| \cdot y - 3 \cdot (\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}) = 8$ και
- η εξίσωση της ευθείας $(\varepsilon) : (2\lambda + 1)x - (\lambda - 2)y + \lambda - 7 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Γ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση C παριστάνει κύκλο με κέντρο $K(2, -4)$ και ακτίνα $\rho = \sqrt{10}$.

Μονάδες 10

Γ2. Να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης του κύκλου C στο σημείο του $\Lambda(3, -1)$.

Μονάδες 7

Γ3. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που παριστάνει η εξίσωση (ε) για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ διέρχονται από σταθερό σημείο M , το οποίο και να βρείτε.

Μονάδες 6

Γ4. Να βρείτε την απόσταση του κέντρου K του κύκλου C από το σταθερό σημείο M του ερωτήματος **Γ3**.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Δ

Τα σχέδια κατασκευής του υπόγειου σιδηροδρόμου (ΜΕΤΡΟ) της Θεσσαλονίκης σε ένα ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων Oxy , περιλαμβάνουν:

- τη γραμμή Γ_1 , που είναι ευθεία και διέρχεται από τους σταθμούς $\Phi(1, -2)$ και $\Psi(5, 6)$.
- τη γραμμή Γ_2 , που είναι ευθεία η οποία διέρχεται από τον σταθμό $\Xi(4, -1)$ και είναι κάθετη στη

γραμμή Γ_3 με εξίσωση : $y = \frac{-x + 12}{3}$.

Δ1. Να βρείτε τις εξισώσεις των γραμμών Γ_1 και Γ_2 .

Μονάδες 16

Δ2. Στο σημείο $O(0, 0)$ πρέπει να κατασκευαστεί ένας νέος σταθμός που θα εξυπηρετεί μια συγκεκριμένη περιοχή. Δεδομένου ότι το κόστος κατασκευής ανά μονάδα μήκους γραμμής είναι το ίδιο για όλες τις περιοχές, με ποια από τις γραμμές Γ_1 και Γ_2 πρέπει να συνδεθεί ο νέος σταθμός, ώστε η γραμμή σύνδεσής του να έχει το μικρότερο κόστος;

Μονάδες 9

Παρατηρήσεις

1. Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.
2. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.