ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω μία συνάρτηση  παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του , στο οποίο όμως η  είναι συνεχής.

Αν  στο  και  στο , τότε να αποδείξετε ότι το  είναι τοπικό μέγιστο της .

**Μονάδες 7**

Α2. Πότε δύο συναρτήσεις  λέγονται ίσες.

**Μονάδες 4**

Α3. Να διατυπώσετε το θεώρημα μέσης τιμής του διαφορικού λογισμού και να το ερμηνεύσετε γεωμετρικά.

**Μονάδες 4**

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας , δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση , τη λέξη Σωστό , αν η πρόταση είναι σωστή , ή Λάθος , αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε συνεχή συνάρτηση , αν  είναι μία παράγουσα της  στο , τότε το 

β) Αν οι συναρτήσεις  έχουν όριο στο  και ισχύει  κοντά στο , τότε 

γ) Κάθε συνάρτηση , για την οποία ισχύει  για κάθε  είναι σταθερή στο .

δ) Μια συνάρτηση  είναι  αν και μόνον αν , για κάθε στοιχείο του συνόλου τιμών της, η εξίσωση  έχει ακριβώς μία λύση ως προς .

ε) Αν η  είναι συνεχής στο , τότε η  παίρνει στο  μία μέγιστη  και μία ελάχιστη τιμή .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  , .

Β1. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η είναι γνησίως αύξουσα, τα διαστήματα στα οποία είναι γνησίως φθίνουσα και τα ακρότατα της .

**Μονάδες 6**

Β2. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η είναι κυρτή, τα διαστήματα στα οποία η  είναι κοίλη και να προσδιορίσετε τα σημεία καμπής της γραφικής της παράστασης.

**Μονάδες 9**

Β3. Να βρεθούν οι ασύμπτωτες της γραφικής παράστασηs της .

**Μονάδες 7**

Β4. Με βάση τις απαντήσεις σας στα ερωτήματα Β1,Β2,Β3 να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της .

(Η γραφική παράσταση α σχεδιαστεί με στυλό)

**Μονάδες 3**

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λύσετε την εξίσωση  , .

**Μονάδες 4**

Γ2. Να βρείτε όλες τις συνεχείς συναρτήσεις  που ικανοποιούν την σχέση  για κάθε  και να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

**Μονάδες 8**

Γ3. Αν , , να αποδειχθεί ότι η  είναι κυρτή.

**Μονάδες 4**

Γ4. Αν  είναι η συνάρτηση του ερωτήματος Γ3 , να λυθεί η εξίσωση

 όταν  .

**Μονάδες 9**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται συνάρτηση  ορισμένη και δύο φορές παραγωγίσιμη στο , με συνεχή δεύτερη παράγωγο , για την οποία ισχύει ότι:

* 
*  και 
*  για κάθε .

Δ1. Να δείξετε ότι  (μονάδες 4) και  (μονάδες 3)

**Μονάδες 7**

Δ2. α) Να δείξετε ότι η  δεν παρουσιάζει ακρότατο στο (μονάδες 4)

β) Να δείξετε ότι η  είναι γνησίως αύξουσα στο . (μονάδες 4)

**Μονάδες 6**

Δ3. Να βρείτε το 

**Μονάδες 6**

Δ4. Να δείξετε ότι 

**Μονάδες 6**