**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ** **ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ**

**ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)**

**ΠΕΜΠΤΗ 9 ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)**

**ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)**

**ΘΕΜΑ Α**

1. Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x0 και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, τότε να αποδείξετε ότι f΄(x0) = 0.

**Μονάδες 7**

1. Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής.

**Μονάδες 4**

1. Πότε λέμε ότι η ευθεία y=ℓ είναι οριζόντια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο +∞ ;

**Μονάδες 4**

1. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*
2. .
3. Αν f(x) = ln|x| για κάθε x≠0, τότε f΄(x) =  για κάθε x≠0.
4. Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x0, τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x0.
5. Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού ν≥2, η οποία έχει ασύμπτωτη.
6. Για κάθε συνάρτηση f, συνεχή στο [α,β], ισχύει:

αν , τότε f(x)>0 στο [α,β].

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f.





1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f.

**Μονάδες 2**

1. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια.

α)  β)  γ)

δ)  ε) 

Για τα όρια που δεν υπάρχουν να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 7**

1. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια.

α)  β) γ)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**

1. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η f δεν είναι συνεχής.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 3**

1. Να βρείτε τα σημεία x0 του πεδίου ορισμού της f για τα οποία ισχύει f΄(x0) = 0.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 4**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση f:ℝ→ℝ με f(x) = x**3 .**

Γ1 Να αποδείξετε ότι η f είναι συνάρτηση 1-1 (μονάδες 2) και να βρείτε την αντίστροφη συνάρτηση f -1 (μονάδες 4).

**Μονάδες 6**

Γ2 Να αποδείξετε ότι για κάθε x>0 ισχύει:

f(ημx) > .

**Μονάδες 9**

Γ3 Ένα σημείο Μ κινείται κατά μήκος της καμπύλης y= x**3**, x≥0 με x=x(t) και y=y(t). Να βρείτε σε ποιο σημείο της καμπύλης ο ρυθμός μεταβολής της τεταγμένης y(t) του Μ είναι ίσος με το ρυθμό μεταβολής της τετμημένης x(t), αν υποτεθεί ότι x΄(t)>0 για κάθε t>0.

**Μονάδες 4**

Γ4 Αν g: ℝ→ℝ είναι συνεχής και άρτια συνάρτηση, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση



Δ1 Να δείξετε ότι η f είναι συνεχής στο (0,+∞) (μονάδες 3) και να βρείτε, αν υπάρχουν, τις κατακόρυφες ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f. (μονάδες 2)

**Μονάδες 5**

Δ2 Να δείξετε ότι το x0=1 είναι το μοναδικό κρίσιμο σημείο της f.

**Μονάδες 8**

**Δ3 i)** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x)=0 έχει μοναδική ρίζα στο (0,+∞).

(μονάδες 3)

**ii)** Αν Ε είναι το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f, τον άξονα των x και τις ευθείες x=1 και x= x0, όπου x0 η μοναδική ρίζα της εξίσωσης f f(x)=0 στο (0,+∞), να αποδείξετε ότι

****

(μονάδες 4)

**Μονάδες 7**

Δ4 Αν F είναι μια παράγουσα της f στο [1, +∞) να αποδείξετε ότι

(x+1)F(x) > xF(1)+F(x2), για κάθε x>1.

.**Μονάδες 5**