ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ 2018

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι, αν μια συνάρτηση  είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο , τότε είναι συνεχής στο σημείο αυτό.

 Μονάδες 7

Α2. Θεωρείστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Κάθε συνάρτηση  που είναι  είναι και γνησίως μονότονη.»

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής. (μονάδα 1)

β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α. (μονάδες 3)

 Μονάδες 4

Α3. Να διατυπώσετε το Θεμελειώδες Θεώρημα του Ολοκληρωτικού Λογισμού

 Μονάδες 4

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η συνάρτηση  με  έχει μία μόνο θέση ολικού μεγίστου.

β) Για κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση  σε ένα διάστημα , η οποία είναι γνησίως αύξουσα, ισχύει  για κάθε .

γ) Ισχύει 

δ) Αν η  είναι αντιστρέψιμη συνάρτηση, τότε οι γραφικές παραστάσεις  και των συναρτήσεων  και  αντίστοιχα είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία .

ε) Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης .

 Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση , .

B1. Να μελετήσετε την συνάρτηση  ως προς την μονοτονία και τα τοπικά ακρότατα.

 Μονάδες 8

Β2. Να μελετήσετε την συνάρτηση  ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.

 Μονάδες 4

Β3. Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης .

 Μονάδες 6

Β4. Με βάση τις απαντήσεις σας στα παραπάνω ερωτήματα, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης .

( Η γραφική παράσταση να σχεδιαστεί με στυλό με μελάνι που δεν σβήνει)

 Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Έχουμε ένα σύρμα μήκους , το οποίο κόβουμε σε δύο τμήματα. Με το ένα από αυτά, μήκους , κατασκευάζουμε τετράγωνο και με το άλλο κύκλο.

Γ1. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων σε τετραγωνικά μέτρα, συναρτήσει του , είναι

  , 

 Μονάδες 5

Γ2. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων ελαχιστοποιείται, όταν η πλευρά του τετραγώνου ισούται με την διάμετρο του κύκλου.

 Μονάδες 10

Γ3. Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένας μόνο τρόπος με τον οποίο μπορεί να κοπεί το σύρμα μήκους , ώστε το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων να ισούται με .

 Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση ,  με .

Δ1. Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του  η γραφική παράσταση της συνάρτησης  έχει ακριβώς ένα σημείο καμπής

 Μονάδες 3

Δ2. Να αποδείξετε ότι υπάρχουν μοναδικά  με , τέτοια ώστε η συνάρτηση  να παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  και τοπικό ελάχιστο στο .

 Μονάδες 7

Δ3. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  είναι αδύνατη στο .

 Μονάδες 6

Δ4. Αν  να αποδείξετε ότι:

 

 Μονάδες 9