**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΔΕΥΤΕΡΑ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤ Ι Κ Α ΠΡΟΣ ΑΝ ΑΤΟΛ Ι ΣΜΟΥ**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω 

**α)** Τι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A; (Μονάδες 2)

**β) i .** Πότε μια συνάρτηση  έχει αντίστροφη; (Μονάδα 1)

**ii.** Αν ισχύουν οι προϋποθέσεις του **(i ),** πώς ορίζεται η αντίστροφη συνάρτηση της f ;

 (Μονάδες 3)

 **Μονάδες 6**

**A2.** Να διατυπώσετε το θεώρημα του Fermat που αφορά τα τοπικά ακρότατα μιας συνάρτησης .

 **Μονάδες 4**

**A3.** Έστω μια συνάρτηση f , η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ .

Αν  σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το Δ. **Μονάδες 5**

**A4.** *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιό σ ς το γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση και δίπλα στο γράμμα τη λέξη* ***Σωστό*** *, αν η πρόταση είναι σωστή , ή* ***Λάθος*** *, αν η πρόταση είναι λανθασμένη .* ***Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.***

**α)** Για κάθε συνάρτηση f , η οποία είναι παραγωγίσιμη στο 

με  για κάθε , ισχύει ότι η f είναι σταθερή στο A .

 (Μονάδα 1 για τον χαρακτηρισμό Σωστό /Λάθος

 Μονάδες 3 για την αιτιολόγηση )

**β )** Για κάθε συνάρτηση , όταν υπάρχει το όριο της f καθώς

το x τείνει στο , τότε αυτό το όριο ισούται με την τιμή της f στο .

 (Μονάδα 1 για τον χαρακτηρισμό Σωστό /Λάθος

 Μονάδες 3 για την αιτιολόγηση )

 **Μονάδες 8**

**A5.** Έστω η συνάρτηση f του διπλανού σχήματος.

Αν για τα εμβαδά των χωρίων Ω1, Ω2 και Ω3 ισχύει ότι

Ε(Ω1) =2 , Ε(Ω2)=1 και Ε(Ω 3) =3,

τότε το f(x είναι ίσο με :

**α)** 6 **β)** -4 **γ)** 4 **δ)** 0 **ε)** 2

*Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

 **Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  με τύπο , όπου , η οποία

έχει οριζόντια ασύμπτωτη στο  την ευθεία .

**B1.** Να αποδείξετε ότι .

 **Μονάδες 3**

**B2.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  έχει μοναδική ρίζα, η οποία

βρίσκεται στο διάστημα  **. Μονάδες 7**

**B3.** Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι 1-1 (μονάδες 2) και στη συνέχεια

να βρείτε την αντίστροφή της (μονάδες 4) .

 **Μονάδες 6**

**B4.** Έστω , . Να βρείτε την κατακόρυφη ασύμπτωτη

της γραφικής της παράστασης (μονάδες 3) και στη συνέχεια να κάνετε

μια πρόχειρη γραφική παράσταση των συναρτήσεων f και  στο ίδιο

σύστημα συντεταγμένων (μονάδες 6).

 **Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση 

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  και . **Μονάδες 5**

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο και να βρείτε το

σύνολο τιμών της. **Μονάδες 4**

**Γ3. i.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  έχει μοναδική ρίζα  , η

οποία είναι αρνητική . (Μονάδες 4)

**ii.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  είναι αδύνατη στο .

 (Μονάδες 4)

 **Μονάδες 8**

**Γ4.** Ένα σημείο M(x,y) κινείται κατά μήκος της καμπύλης , .

Τη χρονική στιγμή  κατά την οποία το σημείο M διέρχεται από το σημείο , ο ρυθμός μεταβολής της τετμημένης του σημείου M είναι 2 μονάδες ανά δευτερόλεπτο. Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής του εμβαδού του τριγώνου MOK τη χρονική στιγμή , όπου  και .

 **Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνονται η συνάρτηση  με τύπο 

όπου  και η ευθεία , η οποία εφάπτεται στη γραφική

παράσταση της f στο σημείο της .

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι  και . **Μονάδες 4**

**Δ2.** Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική

παράσταση της f , την ευθεία  και τις ευθείες  και .

 **Μονάδες 5**

**Δ3. i.** Nα αποδείξετε ότι , για κάθε . (Μονάδες 3)

**ii.** Nα αποδείξετε ότι , για κάθε .

 (Μονάδες 5)

 **Μονάδες 8**

**Δ4.** Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f και η γραφική

παράσταση της συνάρτησης ,  έχουν μοναδική

κοινή εφαπτομένη και να βρείτε την εξίσωσή της.

 **Μονάδες 8**