**ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**ΤΕΚΝΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ ΤΟΥ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ**

**ΚΑΙ ΤΕΚΝΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ ΥΠΑΛΛΗΛΩΝ ΣΤΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ**

**ΤΡΙΤΗ 6 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2011**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ**

**ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΘΕΜΑ Α**

1. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x0, τότε να αποδείξετε ότι είναι και συνεχής στο σημείο αυτό.

**Μονάδες 10**

1. Έστω μια συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f είναι κυρτή στο Δ;

**Μονάδες 5**

1. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.* 
   1. Αν z∈ℂ, τότε , ν∈ℕ\*
2. Αν f, g, h είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η ho(gof), τότε ορίζεται και η (hog)of και ισχύει ho(gof) = (hog)of
3. 
4. Αν η f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και α, β, γ ∈Δ, τότε ισχύει



1. Αν 0<α<1, τότε 

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Έστω , όπου z μιγαδικός αριθμός με z≠0

1. Να βρείτε τους μιγαδικούς αριθμούς z1 και z2 για τους οποίους ισχύει w=2

**Μονάδες 6**

1. Αν  και  είναι οι μιγαδικοί αριθμοί που βρήκατε στο ερώτημα Β1, τότε να αποδείξετε ότι .

**Μονάδες 6**

1. Αν z1 και z2 είναι οι μιγαδικοί αριθμοί του προηγούμενου ερωτήματος, τότε να αποδείξετε ότι οι εικόνες των μιγαδικών αριθμών z1, z2 και  στο μιγαδικό επίπεδο είναι κορυφές ισόπλευρου τριγώνου.

**Μονάδες 8**

1. Αν , τότε να αποδείξετε ότι ο αριθμός w είναι πραγματικός.

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση f(x) = x  ln(ex1) , x∈ℝ

1. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα.

**Μονάδες 7**

1. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι κοίλη.

**Μονάδες 8**

1. Να αποδείξετε ότι: , για κάθε x∈(0, +∞)

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Δ**

Έστω η συνεχής συνάρτηση f : (1,+∞) →ℝ για την οποία ισχύει:

, x>1

1. Να αποδείξετε ότι , x>1

**Μονάδες 6**

1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα και να αποδείξετε ότι:

(x+1)e ≤ ex+1 , για κάθε x>1

**Μονάδες 6**

1. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f, τον άξονα x΄x και την ευθεία x = e1

**Μονάδες 6**

1. Να αποδείξετε ότι:

(x1)2 = 2x1 ⇔ f(x) = f(1) , x>1

και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι η εξίσωση

(x1)2 = 2x1 , x>1

έχει δύο ακριβώς λύσεις, τις x=1 και x=3

**Μονάδες 7**