**ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**ΤΕΚΝΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ ΤΟΥ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ**

**ΚΑΙ ΤΕΚΝΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ ΥΠΑΛΛΗΛΩΝ ΠΟΥ ΥΠΗΡΕΤΟΥΝ ΣΤΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ**

**ΠΕΜΠΤΗ 6 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2018**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω f μια συνάρτηση παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β), με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του xo, στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν η f ′(x) διατηρεί πρόσημο στο (α, xo)∪(xo, β), να αποδείξετε ότι το  δεν είναι τοπικό ακρότατο και ότι η f είναι γνησίως μονότονη στο (α, β).

**Μονάδες 7**

**A2.** Έστω Α ένα μη κενό υποσύνολο του . Τι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το Α;

**Μονάδες 4**

**A3.** Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g, F, G, H, T.





Να γράψετε στο τετράδιο σας ποια από τις συναρτήσεις F, G, H, T μπορεί να είναι η παράγωγος της συνάρτησης f και ποια της g.

**Μονάδες 4**

**A4.** Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Για κάθε ζεύγος πραγματικών συναρτήσεων , αν ισχύει  και , τότε ».

**α)** Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής. (μονάδα 1)

**β)** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α. (μονάδες 3)

**Μονάδες 4**

**A5.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  μπορεί να τέμνει μια ασύμπτωτή της.

**β)** Αν μια συνάρτηση  είναι «1-1», τότε κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο.

**γ)** Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν πεδίο ορισμού το [0, 1] και σύνολο τιμών το [2, 3], τότε ορίζεται η f o g με πεδίο ορισμού το [0, 1] και σύνολο τιμών το [2, 3].

 **Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση 

**Β1.** Να υπολογίσετε το  ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής.

**Μονάδες 3**

Στα παρακάτω ερωτήματα θεωρήστε ότι .

**Β2.** Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f ικανοποιεί τις υποθέσεις του θεωρήματος Rolle στο διάστημα .

**Μονάδες 6**

**Β3.** Να βρείτε τα σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στα οποία η εφαπτομένη είναι παράλληλη προς την ευθεία  και να γράψετε τις εξισώσεις των εφαπτομένων στα σημεία αυτά.

**Μονάδες 7**

**Β4.** Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση.

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  με τύπο:  .

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται και ότι το πεδίο ορισμού της f -1 είναι το διάστημα (e,+∞).

**Μονάδες 7**

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση

, όπου ,

έχει ακριβώς δύο ρίζες ως προς x, μία στο διάστημα (0, 1) και μία στο διάστημα (1, 2).

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Να αποδείξετε ότι  για κάθε .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο .

**Δ1.** Να βρείτε τα ακρότατα της f (τοπικά και ολικά).

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι για κάθε  η γραφική παράσταση της f και η εφαπτομένη της στο έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα 

**Μονάδες 8**

**Δ4.** α) Να αποδείξετε ότι  (μονάδες 2)

 β) Να υπολογίσετε το  . (μονάδες 5)

**Μονάδες 7**