

44. ΠΟΤΕ ΣΥΝΑΝΤΩΝΤΑΙ (I);

Έστω δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις $x_1=A\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{6})$ και $x_2=A\eta\mu(\omega t+\frac{7\pi}{6})$ οι οποίες πραγματοποιούνται ξεχωριστά η μια από την άλλη στην ίδια διεύθυνση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Ποια χρονική στιγμή συναντιούνται τα σώματα για πρώτη φορά;

Συνοπτική λύση:

$$\text{Για τη συνάντηση ισχύει } x_1=x_2 \Rightarrow A\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{6})=A\eta\mu(\omega t+\frac{7\pi}{6}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{6})=\eta\mu(\omega t+\frac{7\pi}{6}) \Rightarrow \omega t+\frac{\pi}{6}=2k\pi+\omega t+\frac{7\pi}{6} \quad (1) \text{ ή}$$

$$\omega t+\frac{\pi}{6}=2k\pi+\pi-\omega t-\frac{7\pi}{6} \quad (2).$$

Από τη σχέση (2) προκύπτει:

$$2\omega t=2k\pi-\frac{\pi}{3} \text{ οπότε για } k=1 \text{ έχουμε } 2\omega t=2\pi-\frac{\pi}{3} \Rightarrow 2\omega t=\frac{5\pi}{3} \Rightarrow t=\frac{5\pi}{6\omega} \Rightarrow t=\frac{5T}{12}.$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

1) Για $t=\frac{5T}{12}$ είναι $x_1=A\eta\mu(\frac{2\pi}{T}\frac{5T}{12}+\frac{\pi}{6})=\eta\mu\pi=0$ και $x_2=A\eta\mu(2\pi)=0$, δηλαδή τα δυο σώματα συναντιούνται στο $x=0$.

2) i) $\Delta\phi=\phi_2-\phi_1=\omega t+\frac{7\pi}{6}-\omega t-\frac{\pi}{6}=\pi$ ($\Delta\phi=(2k+1)\pi$ με $k=0,1,2,\dots$),

άρα οι δυο ταλαντώσεις βρίσκονται σε αντίθεση φάσης όταν η μια είναι $+A$ η άλλη είναι $-A$ κ.λπ.

ii) Αν $\Delta\phi=2k\pi$ τότε λέμε ότι οι δυο ταλαντώσεις βρίσκονται σε συμφωνία φάσης.