

## 58. Τριβή κύλισης

Κύλινδρος βάρους  $w=35\text{N}$  και ακτίνας  $R=0,6\text{m}$  βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Να υπολογιστεί η ελάχιστη δύναμη  $F$ , που πρέπει να εφαρμόσουμε στον άξονα  $K$  του κυλίνδρου ώστε αυτός να κυλιέται με σταθερή ταχύτητα.

Πειραματικό δεδομένο:

Σε ένα σημείο  $Z$  της επιφάνειας του κυλίνδρου στερεώνουμε αβαρές μη εκτατό νήμα, στα άκρα του οποίου τοποθετούνται δυο ίσα βάρη  $B=2\text{N}$  και ο κύλινδρος ισορροπεί. Αν στη συνέχεια στο ένα από τα δυο ίσα βάρη τοποθετήσουμε ένα επιπρόσθετο βάρος  $\beta=1\text{N}$ , τότε επιτυχαίνουμε την οριακή κατάργηση της ισορροπίας του κυλίνδρου.

### Συνοπτική Λύση

Όταν ένας κύλινδρος κυλιέται πάνω σε ένα επίπεδο (εδώ είναι το οριζόντιο έδαφος), τότε αυτό όσο σκληρό και αν είναι υφίσταται πάντοτε μια παραμόρφωση. Εξαιτίας αυτής της παραμόρφωσης (Σχήμα 2), αναπτύσσεται από το έδαφος η αντίδραση  $A$ , η οποία τείνει να επιβραδύνει την κίνηση του κυλίνδρου.

Αν στην κύλιση του κυλίνδρου δεν αντιστέκονταν καμία δύναμη, τότε μια ελάχιστη δύναμη  $F$ , όταν εφαρμόζεται στον άξονα  $K$  του κυλίνδρου είναι δυνατόν, να τον θέσει σε κίνηση.

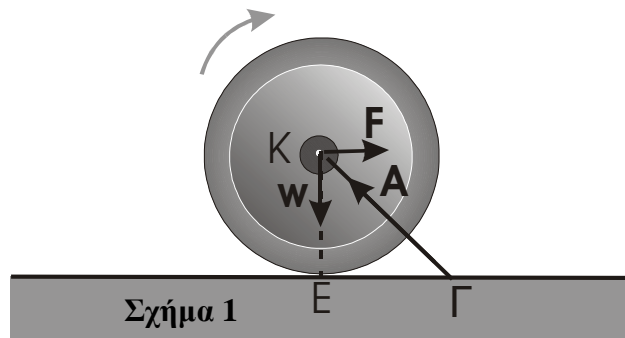
Όμως παρατηρούμε πως ο κύλινδρος δεν τίθεται σε κίνηση αν η δύναμη  $F$  δεν αποκτήσει μια ορισμένη τιμή.

Στον κύλινδρο λοιπόν ασκούνται η δύναμη  $F$ , το βάρος του  $w$  και η αντίδραση  $A$  από το δάπεδο. Για την ισορροπία του κυλίνδρου ισχύει ότι η  $A$  είναι ίση και αντίθετη προς τη συνισταμένη των δυνάμεων  $w$  και  $F$ . Έστω ότι  $L$  είναι η απόσταση  $\Gamma\Delta$  και  $N$  είναι η κατακόρυφη συνιστώσα της αντίδρασης  $A$ . Ισχύει  $N=w$ .

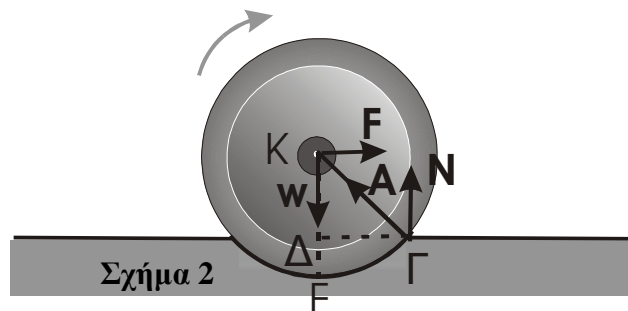
Η ροπή της συνιστώσας  $N$  ως προς τον άξονα  $K$  είναι:  $\tau_N=N\cdot L$ . Η ροπή αυτή που αντιτίθεται στην κίνηση του κυλίνδρου ονομάζεται **ροπή κύλισης**.

Άρα για να εξασφαλιστεί η κύλιση του κυλίνδρου πρέπει να υπερνικηθεί η ροπή κύλισης. Η ροπή κύλισης είναι ανάλογη με την κάθετη αντίδραση  $N$ . Το  $L$  ονομάζεται **συντελεστής τριβής κύλισης** και μετριέται σε μονάδες μήκους ενώ εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών (την πλαστικότητα του κυλίνδρου και του επιπέδου κίνησης).

Επειδή  $N=w \Rightarrow \tau_N=w\cdot L$ . Για να κυλιέται λοιπόν ο κύλινδρος με σταθερή ταχύτητα, πρέπει η εφαρμοζόμενη δύναμη  $F$ , να είναι τόση ώστε η ροπή της να είναι ίση και αντίθετη της ροπής κύλισης.



Σχήμα 1

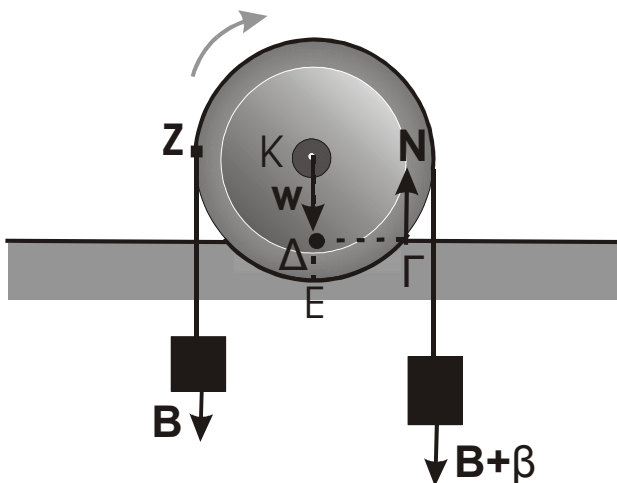


Σχήμα 2

Αν θεωρήσουμε τις δυο αυτές ροπές ως προς το στιγμιαίο άξονα E τότε για την ισοταχή περιστροφή του κυλίνδρου θα ισχύει  $\Sigma\tau_{(E)}=0 \Rightarrow F \cdot R - N \cdot L = 0 \Rightarrow F \cdot R - w \cdot L = 0 \Rightarrow F \cdot R = w \cdot L$ , όπου R είναι η ακτίνα του κυλίνδρου. Άρα  $F = L \cdot \frac{w}{R}$ . Δηλαδή η απαιτούμενη δύναμη F εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών και είναι ανάλογη του βάρους w του κυλίνδρου και αντιστρόφως ανάλογη της ακτίνας του R.

### Πειραματικός υπολογισμός του συντελεστή τριβής κύλισης:

Τοποθετούμε τον κύλινδρο της άσκησης πάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Σε ένα σημείο Z της επιφάνειας του στερεώνεται αβαρές μη εκτατό νήμα, στα άκρα του οποίου τοποθετούνται δυο ίσα βάρη B οπότε ο κύλινδρος ισορροπεί. Στη συνέχεια στο ένα από τα δυο ίσα βάρη τοποθετούμε μικρά πρόσθετα βάρη έως ότου πετύχουμε την κατάργηση της ισορροπίας του κυλίνδρου. Έστω ότι είναι β το επιπρόσθετο βάρος και N η κατακόρυφη συνιστώσα της αντίδρασης του επιπέδου στήριξης. Η κατακόρυφη συνιστώσα N εφαρμόζεται στο σημείο Γ. Τότε ο συντελεστής τριβής κύλισης είναι ο  $L = \Gamma\Delta$ . Αν θεωρήσουμε τις ροπές όλων των δυνάμεων ως προς το στιγμιαίο άξονα E τη στιγμή που ο κύλινδρος ισορροπεί οριακά θα έχουμε:



$\Sigma\tau_{(E)}=0 \Rightarrow (B+\beta) \cdot R - B \cdot R - N \cdot L = 0 \Rightarrow L = \frac{\beta \cdot R}{N}$ . Όμως  $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w + 2B + \beta$ , άρα

$L = \frac{\beta \cdot R}{w + 2B + \beta}$ . Γενικά η τριβή κύλισης είναι πολύ μικρότερη από την τριβή ολίσθησης, για αυτό προσπαθούμε στις διάφορες εφαρμογές να έχουμε κύλιση αντί για ολίσθηση.

Για τις τιμές της άσκησης έχουμε  $L = \frac{\beta \cdot R}{w + 2B + \beta} \Rightarrow L = \frac{0,6}{40} \Rightarrow L = 0,015 \text{ m}$ .

Τελικά για τη δύναμη F έχουμε  $F = L \cdot \frac{w}{R} \Rightarrow F = 15 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{35}{0,6} \Rightarrow F = 0,875 \text{ N}$ .

### ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Ο λόγος  $\frac{F}{w}$  ονομάζεται συντελεστής έλξεως φ, άρα ισχύει  $\varphi = \frac{F}{w} = \frac{L}{R}$  που εδώ έχει

τιμή  $\varphi = \frac{F}{w} = \frac{0,875}{35} = 0,025$ .

Δηλαδή για το συγκεκριμένο συντελεστή έλξεως αν θέλαμε να θέσουμε σε ισοταχή κίνηση ένα κύλινδρο μάζας 1tn θα χρειαζόμασταν δύναμη  $F = \varphi \cdot w = 0,025 \cdot 1000 = 25 \text{ Kg}$  (250N).

Από εδώ φαίνεται και το μεγάλο πλεονέκτημα της κύλισης έναντι της ολίσθησης.