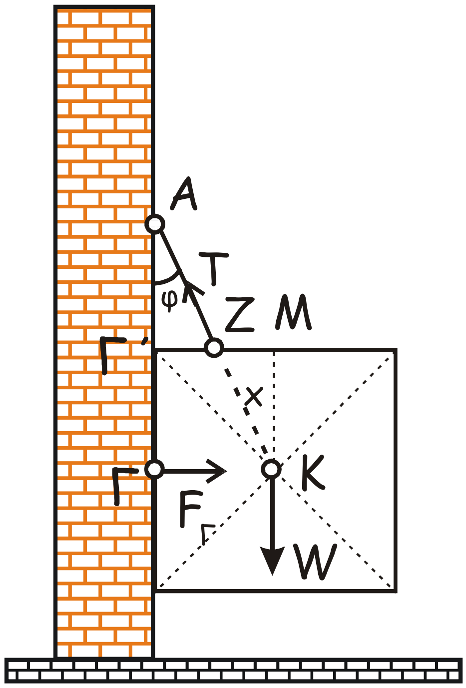
59. Ισορροπία της «πλάκας»



Η τετράγωνη πλάκα του σχήματος πλευράς α έχει βάρος w=50N. Το σχοινί ΑΖ είναι αβαρές και έχει μήκος L. Η πλάκα ισορροπεί και το σχοινί ΑΖ στην προέκτασή του περνάει από το κέντρο Κ της πλάκας ενώ τέμνει τη μια πλευρά της πλάκας σε απόσταση $\frac{α}{4}$ από το μέσο της Μ, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί ο τοίχος στην πλάκα,

β) να υπολογίσετε την τάση του σχοινιού.

γ) Αν θέλουμε η δύναμη από τον τοίχο να είναι μικρότερη, θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε κοντύτερο ή μακρύτερο σχοινί αν θέλουμε αυτό να περνάει από το σημείο Κ;

δ) Να υπολογίσετε την τάση του σχοινιού αν το σχοινί ΑΖ στην προέκτασή του περνάει από το κέντρο Κ της πλάκας ενώ τέμνει τη μια πλευρά της πλάκας σε απόσταση $\frac{α}{8}$ από το μέσο της Μ.

Θεωρείστε ότι ο τοίχος είναι λείος.

Συνοπτική Λύση

α) Επειδή η πλάκα ισορροπεί με την επίδραση τριών δυνάμεων του βάρους w, της τάσης Τ του σχοινιού και της δύναμης $F_Γ$ που ασκεί ο τοίχος στην πλάκα, θα πρέπει οι φορείς των τριών δυνάμεων να διέρχονται από το Κ. Άρα η $F_Γ$ θα είναι κάθετη στον τοίχο στο μέσο της πλευράς α. Αυτό σημαίνει ότι ο τοίχος είναι λείος.

Τότε $Στ_{(Α)}=0 \Rightarrow w\cdot\frac{α}{2}=F_Γ\cdot(ΑΓ) \Rightarrow F_Γ=\frac{w\cdot α}{2(ΑΓ)}$. Όμως στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓΚ είναι $εφφ=\frac{α}{2(ΑΓ)}$, άρα έχουμε $F_Γ=w\cdot εφφ$.

Για (ΑΖ)=L και (ΑΚ)=L+x ισχύει $\frac{L}{L+x}=\frac{α/4}{α/2}=\frac{1}{2} \Rightarrow L=x$. Τότε από την ισότητα των τριγώνων ΑΓ΄Ζ και ΚΜΖ έχουμε $(ΑΓ΄)=(ΚΜ)=\frac{α}{2}$. Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓ΄Ζ είναι $εφφ=\frac{α/4}{α/2}=\frac{1}{2}$, άρα έχουμε $F_Γ=\frac{w}{2} \Rightarrow F_Γ=25N$.

Ή αλλιώς $Στ_{(Ζ)}=0 \Rightarrow w\cdot\frac{α}{4}=F_Γ\cdot\frac{α}{2} \Rightarrow F_Γ=\frac{w}{2} \Rightarrow F_Γ=25N$.

β) Ισχύει $T_x=F_Γ=25N$ και $T_y=w=50N$. Άρα $T=\sqrt{T_x^2+T_y^2} \Rightarrow T=25\cdot\sqrt{5}\,N=56N$.

γ) Για μακρύτερο σχοινί η γωνία φ είναι μικρότερη άρα και η δύναμη $F_Γ$ γίνεται επίσης μικρότερη.

δ) Αν (Γ΄Ζ)= $\frac{\alpha}{2}-\frac{\alpha}{8}=\frac{3\alpha}{8}$, τότε $\frac{L}{L+x}=\frac{3\alpha/8}{\alpha/2}=\frac{3}{4}\Rightarrow L=3x$. Τότε από τα τρίγωνα ΑΓ΄Ζ και ΚΜΖ έχουμε $\frac{L}{x}=\frac{(A\Gamma')}{\alpha/2}\Rightarrow$ $(A\Gamma')=\frac{3\alpha}{2}$. Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓ΄Ζ είναι εφφ=$\frac{3\alpha/8}{(A\Gamma')}=\frac{1}{4}$, άρα έχουμε $F_\Gamma = w\cdot$εφφ$\Rightarrow$ $F_\Gamma=\frac{w}{4}\Rightarrow F_\Gamma=12{,}5N$.

Τότε για την τάση του σχοινιού ισχύει $T_x=F_\Gamma=12{,}5N$ και $T_y=w=50N$. Άρα $T=\sqrt{T_x^2+T_y^2}$ $\Rightarrow T=12{,}5\cdot\sqrt{17}\ N=51{,}5N$.