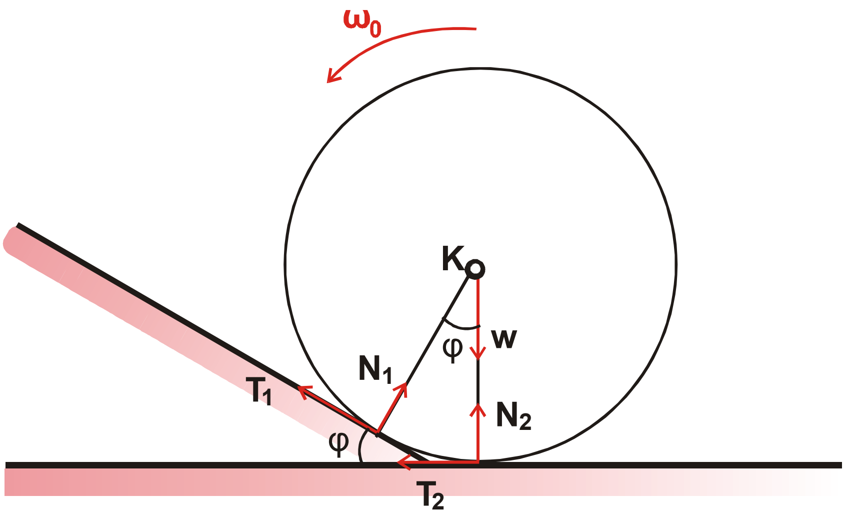
64. Ομογενής σφαίρα

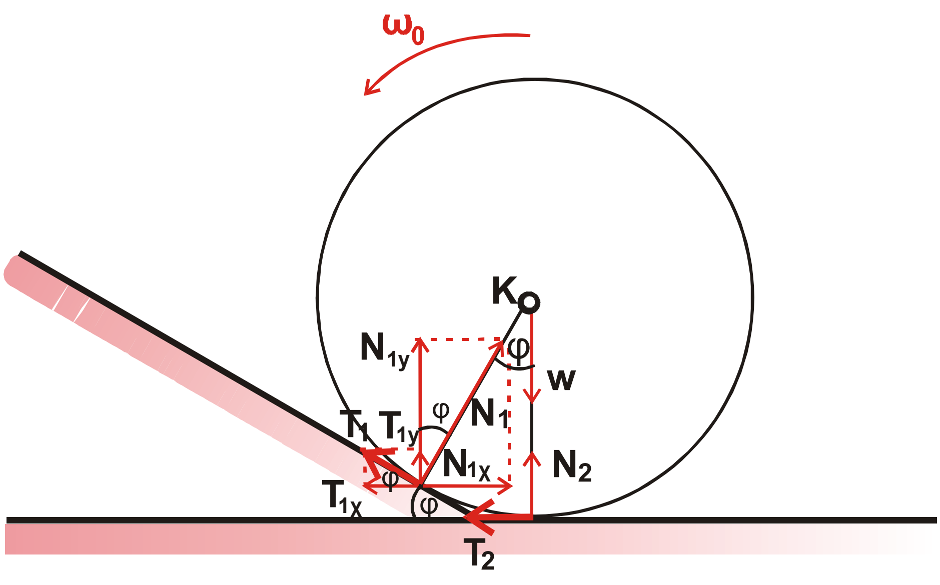
Η ομογενής σφαίρα του σχήματος έχει ακτίνα R=0,2m και περιστρέφεται ανάμεσα στο οριζόντιο και το κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$, ενώ βρίσκεται συνέχεια σε επαφή με αυτά. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ της σφαίρας και των επιπέδων είναι μ=0,5 και η αρχική ταχύτητα της σφαίρας είναι ω_0=115 rad/s να βρεθεί σε πόσο χρόνο θα σταματήσει η περιστροφή της σφαίρας. Δίνεται για τη σφαίρα $I_{cm}=\frac{2}{5}mR^2$.

Ακόμη είναι $\sqrt{3}$=1,7 και $g=10m/s^2$.



Συνοπτική λύση:

Στη σφαίρα ασκούνται το βάρος του W και οι τριβές ολίσθησης T_1 και T_2 από το κεκλιμένο και το οριζόντιο επίπεδο αντίστοιχα καθώς και οι κάθετες δυνάμεις N_1 και N_2.



Ισχύει $T_1=\mu N_1 \Rightarrow N_1=\frac{T_1}{\mu}$ (1) και $T_2=\mu N_2 \Rightarrow N_2=\frac{T_2}{\mu}$ (2).

Η σφαίρα δε μετατοπίζεται οπότε από τη συνθήκη ισορροπίας στην οριζόντια διεύθυνση ισχύει $\Sigma F_x=0 \Rightarrow T_{1x}+T_2=N_{1x} \Rightarrow T_1\text{συνφ}+T_2=N_1\text{ημφ}$ (3)

Παρόμοια στην κατακόρυφη διεύθυνση ισχύει $\Sigma F_y=0 \Rightarrow T_{1y}+N_{1y}+N_2=w \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1\text{ημφ}+N_1\text{συνφ}+N_2=w$ (4).

Από την (3) αντικαθιστώντας την (1) έχουμε T_1συνφ+T_2=$\frac{T_1}{\mu}$ημφ (5)

Από την (4) αντικαθιστώντας τις (1) και (2) έχουμε T_1ημφ+ $\frac{T_1}{\mu}$συνφ+$\frac{T_2}{\mu}$=w $\Rightarrow$

$\Rightarrow T_2$= μw-μT_1ημφ-T_1συνφ (6). Τότε η (5) μέσω της (6) γίνεται

T_1συνφ+T_2=$\frac{T_1}{\mu}$ημφ $\Rightarrow$ T_1συνφ+ μw-μT_1ημφ-T_1συνφ =$\frac{T_1}{\mu}$ημφ $\Rightarrow$

$\Rightarrow T_1=\dfrac{\mu^2 w}{(\mu^2+1)\cdot \eta\mu\varphi}$ (7).

Και από την (6)$\Rightarrow$ T_2= μw-μT_1ημφ-T_1συνφ$\Rightarrow$ T_2= μw- T_1(μημφ+συνφ)$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ T_2= μw- $\dfrac{\mu^2 w}{(\mu^2+1)\cdot \eta\mu\varphi}$(μημφ+συνφ) (8).

Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για τη σφαίρα έχουμε:

$\Sigma\tau_{(K)}=I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}\Rightarrow(T_1+T_2)R=\frac{2}{5}mR^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}\Rightarrow\alpha_{\gamma\omega\nu}=\dfrac{5(T_1+T_2)}{2\cdot m\cdot R}$ μέσω των (7) και (8) έχουμε,

$\alpha_{\gamma\omega\nu}=\dfrac{5\mu g}{2R}\,\dfrac{\mu(1\text{-συνφ})+\eta\mu\varphi}{(\mu^2+1)\cdot\eta\mu\varphi}$.

Με αντικατάσταση παίρνουμε $\alpha_{\gamma\omega\nu}=62{,}5\cdot\dfrac{0{,}5(1-\frac{\sqrt{3}}{2})+0{,}5}{(0{,}25+1)\cdot 0{,}5}\Rightarrow$

$\Rightarrow\alpha_{\gamma\omega\nu}=62{,}5\cdot\dfrac{0{,}575}{0{,}625}\Rightarrow\alpha_{\gamma\omega\nu}=57{,}5\ rad/s^2$. Τότε $\omega=\omega_0-\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot t\Rightarrow t=\dfrac{\omega_0}{\alpha_{\gamma\omega\nu}}\Rightarrow t=\dfrac{115}{57{,}5}=2s$.