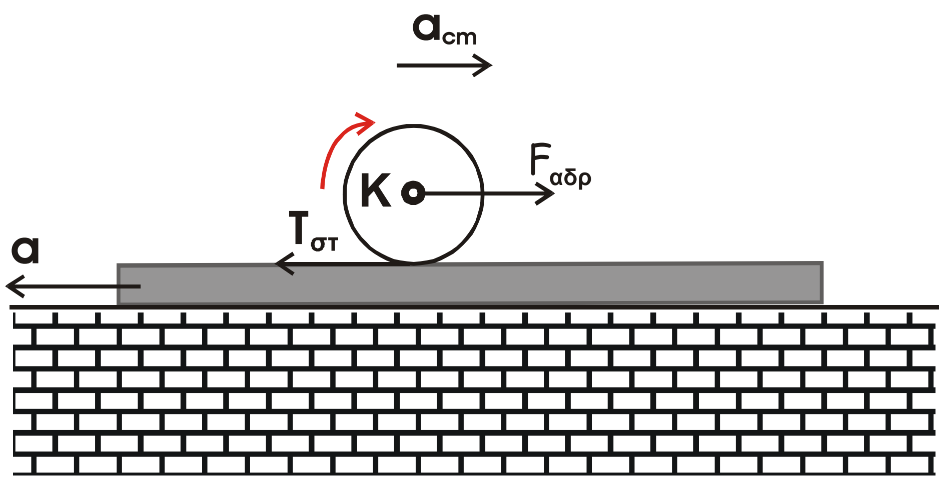
# 68. Επιταχυνόμενη σανίδα και κύλινδρος

Πάνω στη σανίδα του σχήματος που αρχικά ηρεμεί τοποθετείται ένας κύλινδρος μάζας m=40g. Κάποια στιγμή η σανίδα επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha=1m/s^2$ προς τ' αριστερά όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του κυλίνδρου αν αυτός κυλίεται πάνω στη σανίδα. Δίνεται για τον κύλινδρο $I_{cm}=\frac{1}{2}m\cdot R^2$.




**Συνοπτική λύση:**

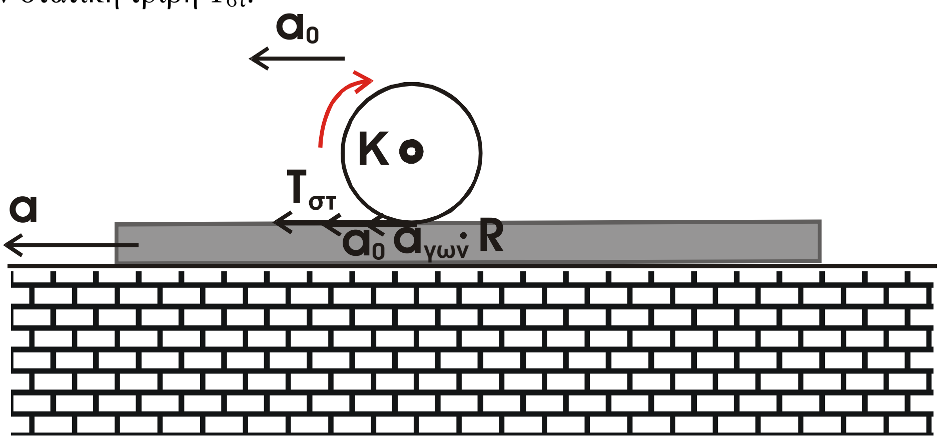
**Παρατηρητής πάνω στη σανίδα:**

Ο μη αδρανειακός (επιταχυνόμενος) παρατηρητής πάνω στη σανίδα «εφευρίσκει» μια δύναμη αδράνειας $F_{\alpha\delta\rho}$, τέτοια ώστε $F_{\alpha\delta\rho}=m\cdot\alpha$ , όπου α είναι η επιτάχυνση της σανίδας (επιτάχυνση του μη αδρανειακού παρατηρητή).
Τότε ο επιταχυνόμενος παρατηρητής θεωρεί ότι στον κύλινδρο (εκτός από την στατική τριβή $T_{\sigma\tau}$ που μετράει στον άξονα x΄x ένας αδρανειακός παρατηρητής και που εκφράζει όλες τις πραγματικές επιδράσεις που δέχεται το σώμα), επιπρόσθετα ασκείται και η δύναμη αδράνειας.
$F_{\alpha\delta\rho}=m\cdot\alpha=4\cdot10^{-2}N$. Τότε για τη
μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου έχουμε: $F_{\alpha\delta\rho}-T_{\sigma\tau}=m\cdot\alpha_{cm}$ , ενώ
για τη στροφική κίνηση έχουμε: $T_{\sigma\tau}\cdot R=\frac{1}{2}m\cdot R^2\cdot\frac{\alpha_{cm}}{R}\Rightarrow T_{\sigma\tau}=\frac{1}{2}m\cdot\alpha_{cm}$. Με πρόσθεση κατά μέλη των δυο σχέσεων βρίσκουμε ότι $\alpha_{cm}=\frac{2\alpha}{3m}=\frac{2}{3}m/s^2$. Δηλαδή για τον μη αδρανειακό παρατηρητή που βρίσκεται πάνω στη σανίδα ο κύλινδρος έχει μια σχετική επιτάχυνση $\alpha_{cm}=\frac{2}{3}m/s^2$, με φορά προς τα δεξιά (στην πραγματικότητα η μάζα δε χρειάζεται για τον υπολογισμό της επιτάχυνσης).
Για έναν αδρανειακό παρατηρητή όμως, για την απόλυτη επιτάχυνση ισχύει
$\alpha_0=\alpha-\alpha_{cm}\Rightarrow\alpha_0=1-\frac{2}{3}\Rightarrow\alpha_0=\frac{1}{3}$ $m/s^2$. Άρα τελικά για τον αδρανειακό παρατηρητή ο κύλινδρος επιταχύνθηκε μεταφορικά με επιτάχυνση $\alpha_0=\frac{1}{3}$ $m/s^2$ και με φορά προς τα αριστερά.

Συμπερασματικά προκύπτει ότι, η απόλυτη επιτάχυνση $α_0$ που προσδιορίζει ο αδρανειακός παρατηρητής είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα της σχετικής επιτάχυνσης $α_{cm}$ που προσδιορίζει ο μη αδρανειακός παρατηρητής που βρίσκεται πάνω στη σανίδα και της μετοχικής επιτάχυνσης α, δηλαδή της επιτάχυνσης του μη αδρανειακού παρατηρητή.
Πάντως οι δυο παρατηρητές δε φαίνεται να διαφωνούν για τη στροφική κίνηση.

**Παρατηρητής κάτω από τη σανίδα:**

Ο αδρανειακός παρατηρητής βλέπει να ασκείται οριζόντια μια συνολική δύναμη ίση με την στατική τριβή $T_{στ}$.




Τότε,
για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου έχουμε: $T_{στ}=m\cdot α_0$, ενώ
για τη στροφική κίνηση έχουμε: $T_{στ}\cdot R=\frac{1}{2}m\cdot R^2\cdot α_{γων} \Rightarrow T_{στ}=\frac{1}{2}m\cdot α_{γων}\cdot R$.
Όμως από το σχήμα και για το σημείο του κυλίνδρου που βρίσκεται σε επαφή με τη σανίδα είναι $α_0+α_{γων}\cdot R=α \Rightarrow α_{γων}\cdot R=α-α_0$.
Έτσι έχουμε $T_{στ}=\frac{1}{2}m\cdot α_{γων}\cdot R \Rightarrow T_{στ}=\frac{1}{2}m\cdot α-\frac{1}{2}m\cdot α_0$.
Από τις δυο σχέσεις βρίσκουμε ότι $m\cdot α_0=\frac{1}{2}m\cdot α-\frac{1}{2}m\cdot α_0 \Rightarrow 2α_0=α-α_0 \Rightarrow α_0=\frac{α}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow α_0=\frac{1}{3}\,m/s^2$.
Δηλαδή το Κ.Μ του κυλίνδρου θα πρέπει να έχει μια επιτάχυνση $α_{cm}$ τέτοια ώστε $α_0=α+α_{cm} \Rightarrow α_{cm}=α_0-α=\frac{1}{3}-1 \Rightarrow α_{cm}=-\frac{2}{3}\,m/s^2$, άρα με φορά προς τα δεξιά, όπως ακριβώς θα την παρατηρούσε ένας μη αδρανειακός παρατηρητής που βρίσκεται πάνω στη σανίδα και επιταχύνεται με $α=1 m/s^2$.