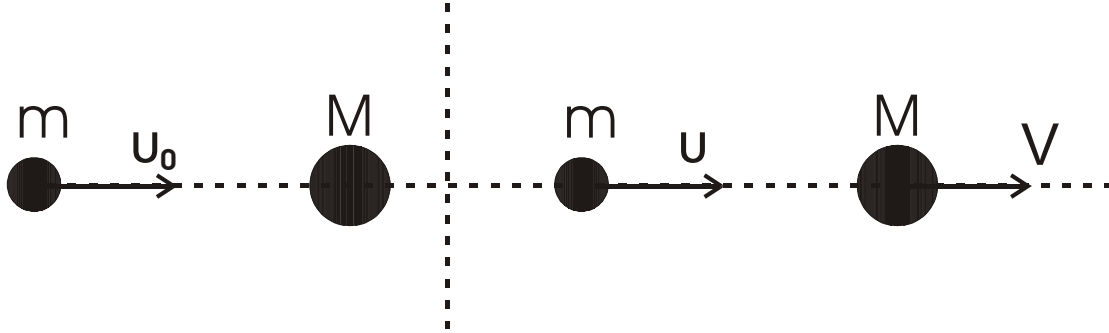


## 75. Κρούση και αποθηκευμένη ενέργεια

Σώμα μάζας  $m=1\text{Kg}$  κινείται με ταχύτητα  $v_0$  και συγκρούεται κεντρικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας  $M=4\text{Kg}$ .

Κατά την κρούση ενέργεια  $E=2,5\text{J}$  αποθηκεύεται στο σύστημα των δυο μαζών. Ποια πρέπει να είναι τότε η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας  $v_0$  του σώματος μάζας  $m$ ;



**Συνοπτική λύση:**

Για την κρούση και από την Α.Δ.Ο ισχύει  $\vec{p}_{\text{αρχ}} = \vec{p}_{\text{τελ}}$  ή  $m \cdot v_0 = m \cdot v + M \cdot V \Rightarrow$

$$\Rightarrow V = \frac{m}{M} (v_0 - v)$$

Από την Α.Δ.Ε ισχύει  $E_{\text{αρχ}} = E_{\text{τελ}} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} M \cdot V^2 + E \Rightarrow$

$$\Rightarrow m \cdot v_0^2 = m \cdot v^2 + M \cdot V^2 + 2E \Rightarrow v_0^2 = v^2 + \frac{M}{m} V^2 + 2 \frac{E}{m} \Rightarrow v_0^2 = v^2 + \frac{m}{M} (v_0 - v)^2 + \frac{2E}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0^2 = v^2 + \frac{m}{M} (v_0^2 + v^2 - 2v_0 v) + 2 \frac{E}{m} \Rightarrow v_0^2 = v^2 + \frac{m}{M} v_0^2 + \frac{m}{M} v^2 - 2 \frac{m}{M} v_0 v + \frac{2E}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{m}{M}\right) \cdot v^2 - 2 \cdot \frac{m}{M} v_0 v + \left(\frac{m}{M} - 1\right) \cdot v_0^2 + \frac{2E}{m} = 0.$$

Για να έχει λύση η παραπάνω εξίσωση πρέπει

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow \frac{4m^2 v_0^2}{M^2} - 4 \left(1 + \frac{m}{M}\right) \cdot \left[\left(\frac{m}{M} - 1\right) \cdot v_0^2 + \frac{2E}{m}\right] \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m^2}{M^2} \cdot v_0^2 \geq \left(\frac{m^2}{M^2} - 1\right) \cdot v_0^2 + \frac{2 \cdot (M+m)}{M \cdot m} \cdot E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{m^2}{M^2} - \frac{m^2}{M^2} + 1\right) \cdot v_0^2 \geq \frac{2 \cdot (M+m)}{M \cdot m} \cdot E \Rightarrow v_0^2 \geq \frac{2 \cdot (M+m)}{M \cdot m} \cdot E \Rightarrow v_{0(\min)}^2 = \frac{2 \cdot (M+m)}{M \cdot m} \cdot E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{0(\min)} = \sqrt{2E \frac{(M+m)}{M \cdot m}} \Rightarrow v_{0(\min)} = \sqrt{\frac{25}{4}} \Rightarrow v_{0(\min)} = 2,5 \text{ m/s}.$$