83. Κρούση 3 σφαιρών

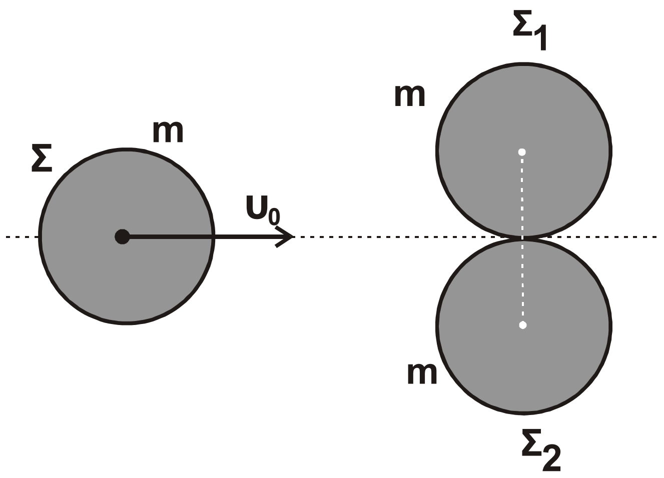
Διαθέτουμε τρεις όμοιες λείες σφαίρες Σ, $Σ_1$ και $Σ_2$, μάζας m η καθεμία που βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο.

Οι σφαίρες $Σ_1$ και $Σ_2$ εφάπτονται αρχικά όπως φαίνεται στο σχήμα.

Η σφαίρα Σ κινείται αρχικά με οριζόντια ταχύτητα $υ_0$=5m/s, η οποία είναι κάθετη στη διάκεντρο των $Σ_1$ και $Σ_2$.

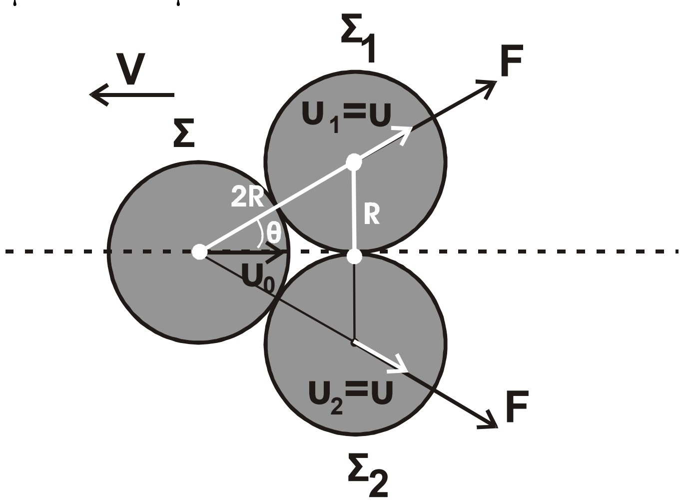
Όλες οι κρούσεις θεωρούνται ελαστικές.

Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των τριών σφαιρών μετά την κρούση.



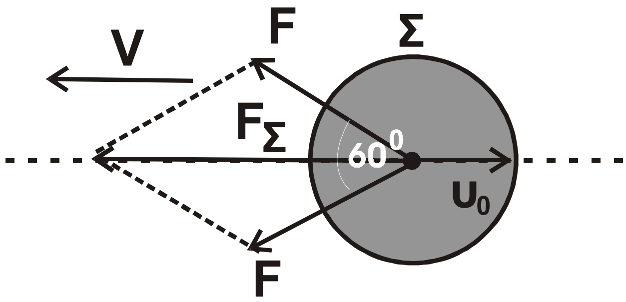
Συνοπτική λύση:

Κατά τη στιγμή της σύγκρουσης η δύναμη F_1=F ανάμεσα στις Σ και $Σ_1$ βρίσκεται πάνω στη διάκεντρό τους σύμφωνα με τον $3^ο$ Νόμο του Newton.



Αφού οι σφαίρες είναι λείες, οι μεταξύ τους δυνάμεις τη στιγμή της κρούσης είναι κάθετες προς τις επιφάνειές τους δηλαδή βρίσκονται κατά μήκος της διακέντρου τους.
Σύμφωνα με τον $3^ο$ Νόμο του Newton οι δυνάμεις μεταξύ των μαζών (δράση – αντίδραση) είναι ίσες και αντίθετες (η «ασθενής» μορφή του $3^{ου}$ Νόμου), αλλά επίσης οι δυνάμεις αυτές κατευθύνονται και κατά μήκος της ευθείας που συνδέει τα κέντρα των δυο σωμάτων (η «ισχυρή» μορφή του $3^{ου}$ Νόμου). Έτσι μπορεί να δικαιολογηθεί και η υπόθεση ότι το άθροισμα των εσωτερικών ροπών είναι μηδέν.

Από το σχήμα έχουμε ημθ= $\frac{R}{2R} \Rightarrow$ ημθ= $\frac{1}{2}$ ή θ=30^0.



Η συνισταμένη δύναμη $F_Σ$, που δέχεται η σφαίρα Σ, είναι οριζόντια οπότε η τελική ορμή της Σ, θα έχει επίσης διεύθυνση στον άξονα xox΄. Επειδή η αρχική ορμή στον άξονα yoy΄ είναι μηδέν και επειδή το σώμα Σ μετά την κρούση θα κινηθεί στον άξονα xox΄ από την Α.Δ.Ο στον άξονα yoy΄ έχουμε,

Α.Δ.Ο(yy΄): $0=m_1\cdot υ_1\cdot ημθ-m_2\cdot υ_2\cdot ημθ \Rightarrow m\cdot υ_1\cdot ημθ=m\cdot υ_2\cdot ημθ \Rightarrow υ_1=υ_2=υ$.

Έτσι μόλις συγκρουστεί η σφαίρα Σ με τη $Σ_1$ τότε η $Σ_1$ αποκτά ταχύτητα $υ_1=υ$ που βρίσκεται πάνω στη διάκεντρο των δυο σφαιρών. Παρόμοια και η $Σ_2$ αποκτά ταχύτητα $υ_2=υ$.

Ακόμη από την Α.Δ.Ο στον άξονα xox΄ έχουμε

Α.Δ.Ο(xx΄): $m\cdot υ_0=2\cdot m\cdot υ\cdot συν30^0+m\cdot V \Rightarrow υ_0=2\cdot υ\cdot συν30^0+V \Rightarrow 5=\sqrt{3}\cdot υ+V \Rightarrow$

$\Rightarrow V=5-\sqrt{3}\cdot υ$ (1), όπου V είναι η ταχύτητα της σφαίρας Σ μετά την κρούση.

Ακόμη ισχύει $K_{αρχ}=K_{τελ} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m\cdot υ_0^2=\frac{1}{2}\cdot m\cdot υ^2+\frac{1}{2}\cdot m\cdot υ^2+\frac{1}{2}\cdot m\cdot V^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow υ_0^2=2\cdot υ^2+V^2$ (2), τότε από τη (1) προκύπτει

$25=2\cdot υ^2+25+3υ^2-10\cdot\sqrt{3}\cdot υ \Rightarrow 5υ^2=10\cdot\sqrt{3}\cdot υ \Rightarrow υ=2\cdot\sqrt{3}$ m/s.

Τελικά (1)$\Rightarrow V = 5-\sqrt{3}\cdot 2\cdot\sqrt{3} \Rightarrow V =5-6 \Rightarrow V = -1$ m/s. Δηλαδή η Σ μετά την κρούση αναπηδά και κινείται με αντίθετη φορά.