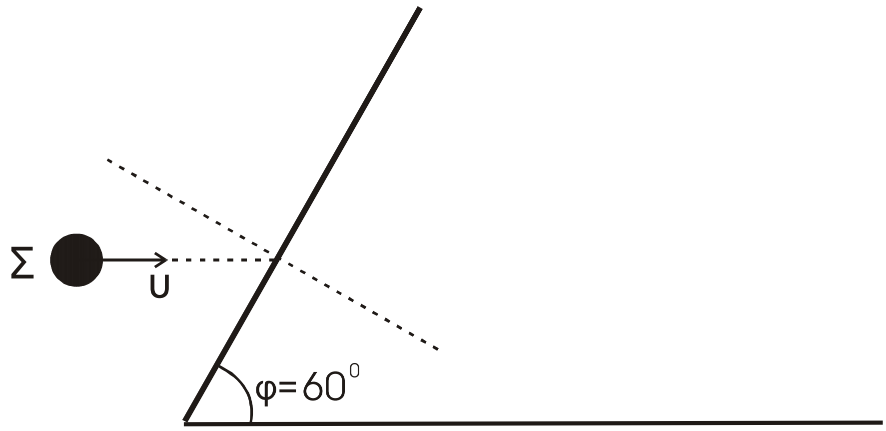
85. Πλάγια κρούση σε κεκλιμένο επίπεδο

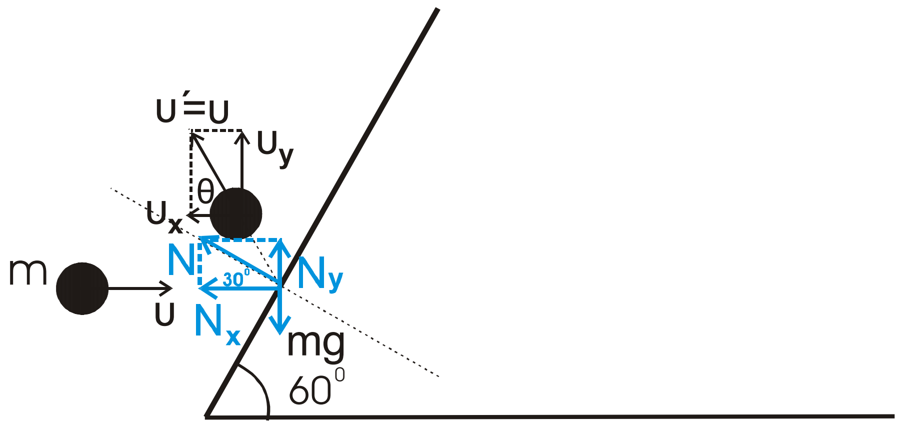
Σφαίρα Σ σχετικά μικρής μάζας m=0,04Kg, προσπίπτει σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=60^0$. Η σφαίρα αρχικά κινείται οριζόντια, παράλληλα στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου με σταθερή ταχύτητα, μέτρου υ=100m/s. Αν η κρούση της σφαίρας με το κεκλιμένο επίπεδο είναι ελαστική και ο χρόνος επαφής της μ' αυτό είναι $\Delta t=10^{-2}$ s, να βρείτε:



α) την ταχύτητα της σφαίρας (μέτρο – κατεύθυνση) μετά την κρούση,

β) τη δύναμη που δέχτηκε η σφαίρα κατά την κρούση. Η σφαίρα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.

Συνοπτική λύση:



α) Η κρούση θεωρείται **ελαστική** άρα ισχύει $K_{αρχ}=K_{τελ}\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m\cdot υ^2=\frac{1}{2}\cdot m\cdot υ'^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow υ=υ'$.

Ισχύει $υ'_x=υ\cdot συνθ$ και $υ_y=υ\cdot ημθ$.

Τότε έχουμε:

$\Delta p_x=-mυ'_x-mυ=-mυ\cdot συνθ-mυ=-mυ\cdot(1+συνθ)$ και $\Delta p_y=mυ'_y=mυ\cdot ημθ$.

Αν δεν υπάρχουν τριβές, όπως εδώ, τότε στη σφαίρα κατά τη διάρκεια της κρούσης ασκούνται το βάρος της (mg) και η αντίδραση N από το κεκλιμένο επίπεδο, η οποία είναι κάθετη σε αυτό στο σημείο πρόσκρουσης. Η N αναλύεται στις συνιστώσες N_x και N_y.

Για τη δύναμη στον οριζόντιο άξονα έχουμε $\Sigma F_x=\frac{\Delta p_x}{\Delta t}\Rightarrow N_x=\frac{-mυ(1+συνθ)}{\Delta t}\Rightarrow$

$$\Rightarrow Nσυν30^0=\frac{-mυ(1+συνθ)}{\Delta t}\Rightarrow \frac{N}{2}=\frac{-mυ(1+συνθ)}{\sqrt{3}\Delta t} \quad (1)$$

Στον κατακόρυφο άξονα έχουμε $\Sigma F_y=\frac{\Delta p_y}{\Delta t}\Rightarrow N_y-mg=\frac{mυημθ}{\Delta t}\Rightarrow$

$$\Rightarrow N\cdot ημ30^0=mg+\frac{mυημθ}{\Delta t}\Rightarrow \frac{N}{2}=mg+\frac{mυημθ}{\Delta t} \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι η γωνία εκτροπής θ, εξαρτάται από τη διάρκεια της κρούσης.

Αν λόγω της μικρής διάρκειας της κρούσης η συμβολή του βάρους θεωρηθεί ασήμαντη ($Ω_B=0$) τότε

(2)$\Rightarrow \frac{N}{2}=\frac{m\upsilon\eta\mu\theta}{\Delta t}$ (3). Οπότε από τις σχέσεις (1) και (3) προκύπτει

$\frac{-m\upsilon(1+\sigma\upsilon\nu\theta)}{\sqrt{3}\Delta t}=\frac{m\upsilon\eta\mu\theta}{\Delta t}\Rightarrow 1+\sigma\upsilon\nu\theta=\sqrt{3}\,\eta\mu\theta\Rightarrow 3\eta\mu^2\theta=(1+\sigma\upsilon\nu\theta)^2\Rightarrow$

$\Rightarrow 3(1-\sigma\upsilon\nu^2\theta)=1+\sigma\upsilon\nu^2\theta+2\sigma\upsilon\nu\theta\Rightarrow 3-3\sigma\upsilon\nu^2\theta=1+\sigma\upsilon\nu^2\theta+2\sigma\upsilon\nu\theta\Rightarrow$

$\Rightarrow 4\sigma\upsilon\nu^2\theta+2\sigma\upsilon\nu\theta-2=0\Rightarrow\ \theta=60^0$, άρα η γωνία που σχηματίζει η υ΄ με την κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο (γωνία ανάκλασης) είναι 30^0, δηλαδή όση είναι και η γωνία πρόσπτωσης.

β) $\Sigma F_x=\frac{\Delta p_x}{\Delta t}\Rightarrow \Sigma F_x=\frac{-m\upsilon(1+\sigma\upsilon\nu\theta)}{\Delta t}\Rightarrow \Sigma F_x=\frac{-3m\upsilon}{2\Delta t}=-600N$

Παρόμοια έχουμε $\Sigma F_y=\frac{\Delta p_y}{\Delta t}\Rightarrow \Sigma F_y=\frac{m\upsilon\eta\mu\theta}{\Delta t}\Rightarrow \Sigma F_y=200\sqrt{3}\,N$.

Τότε είναι $\Sigma F=\sqrt{\Sigma F_x^2+\Sigma F_y^2}\Rightarrow \Sigma F=\frac{m\upsilon\sqrt{3}}{\Delta t}\Rightarrow \Sigma F=\frac{m\upsilon\sqrt{3}}{\Delta t}\Rightarrow \Sigma F=400\sqrt{3}\,N$.

Βέβαια αφού θεωρήσαμε ασήμαντη την επίδραση του βάρους ισχύει ΣF=N.