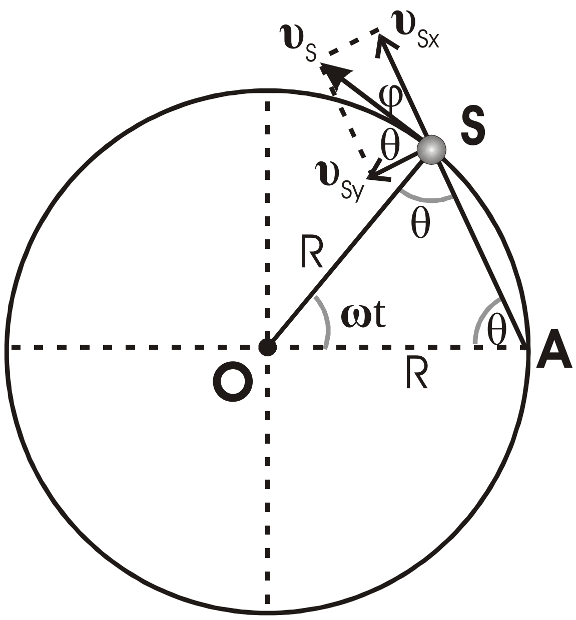
90. Φαινόμενο Doppler σε μια κυκλική κίνηση.



Ηχητική πηγή S διαγράφει κυκλική τροχιά ακτίνας R με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω. Η πηγή εκπέμπει ηχητικά κύματα συχνότητας f_s. Ακίνητος παρατηρητής A βρίσκεται στην οριζόντια διάμετρο της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει η ηχητική πηγή S όπως φαίνεται στο σχήμα.
Να υπολογιστεί η συχνότητα f_A του ήχου που ακούει ο παρατηρητής A. Θεωρείστε ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η πηγή και ο παρατηρητής ταυτίζονται. Ακόμη δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $\upsilon_{\eta\chi}=\upsilon$.

Συνοπτική λύση:

Για περιστροφή της πηγής κατά $\omega\cdot t$ το $O\overset{\Delta}{A}S$ είναι πάντα ισοσκελές με $\hat{A}=\hat{S}=\hat{\theta}$.
Ακόμη ισχύει $\omega\cdot t=180^0-2\hat{\theta}\Rightarrow\hat{\theta}=90-\dfrac{\omega t}{2}$.
Για τη ταχύτητα της πηγής ισχύει $\upsilon_s=\omega\cdot R$ και $\upsilon_{sx}=\upsilon_s\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi=\omega\cdot R\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi$, όπου
$\varphi+\theta=90\Rightarrow\varphi=\dfrac{\omega t}{2}$. Οπότε $\upsilon_{sx}=\omega\cdot R\cdot\sigma\upsilon\nu\dfrac{\omega t}{2}$
Άρα για τη συχνότητα του ήχου που ακούει ο παρατηρητής A έχουμε
$f_A=\dfrac{\upsilon}{\upsilon+\upsilon_s\sigma\upsilon\nu\varphi}f_s\Rightarrow f_A=\dfrac{\upsilon}{\upsilon+\omega R\sigma\upsilon\nu(\frac{\omega t}{2})}\cdot f_s$ με $t\neq kT$ $k\in Z^+$. Για $t=kT$ (αυτά είναι σημεία ασυνέχειας) ισχύει $f_A=f_s$.

$$\text{Τελικά } f_A=\begin{cases} f_s & \text{για } t=kT \\ \dfrac{\upsilon}{\upsilon+\omega R\sigma\upsilon\nu(\frac{\omega t}{2})}f_s & \text{για } t\neq kT \end{cases}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

Για $\omega t=90^0$ είναι $f_A=\dfrac{\upsilon}{\upsilon+\omega R\sigma\upsilon\nu45^0}\cdot f_s\Rightarrow f_A=\dfrac{\upsilon}{\upsilon+\omega R\frac{\sqrt{2}}{2}}\cdot f_s$ $(f_A<f_s)$

Για $\omega t=60^0$ είναι $f_A=\dfrac{\upsilon}{\upsilon+\omega R\sigma\upsilon\nu30^0}\cdot f_s\Rightarrow f_A=\dfrac{\upsilon}{\upsilon+\omega R\frac{\sqrt{3}}{2}}\cdot f_s$ $(f_A<f_s)$

Για $\omega t=120^0$ είναι $f_A=\dfrac{\upsilon}{\upsilon+\omega R\sigma\upsilon\nu 60^0}\cdot f_s \Rightarrow f_A=\dfrac{\upsilon}{\upsilon+\dfrac{\omega R}{2}}\cdot f_s$ **($f_A<f_s$)**

Στο 1ο και 2ο τεταρτημόριο είναι $f_A<f_s$

Για $\omega t=240^0$ είναι $f_A=\dfrac{\upsilon}{\upsilon+\omega R\sigma\upsilon\nu 120^0}\cdot f_s \Rightarrow f_A=\dfrac{\upsilon}{\upsilon-\dfrac{\omega R}{2}}\cdot f_s$ **($f_A>f_s$)**

Για $\omega t=300^0$ είναι $f_A=\dfrac{\upsilon}{\upsilon+\omega R\sigma\upsilon\nu 150^0}\cdot f_s \Rightarrow f_A=\dfrac{\upsilon}{\upsilon-\omega R\sigma\upsilon\nu 30^0}\cdot f_s \Rightarrow$

$\Rightarrow f_A=\dfrac{\upsilon}{\upsilon-\omega R\dfrac{\sqrt{3}}{2}}\cdot f_s$ **($f_A>f_s$)**

Στο 3ο και 4ο τεταρτημόριο είναι $f_A>f_s$.

Στο σημείο Α είναι $f_A=f_s$.

mix-mix@sch.gr