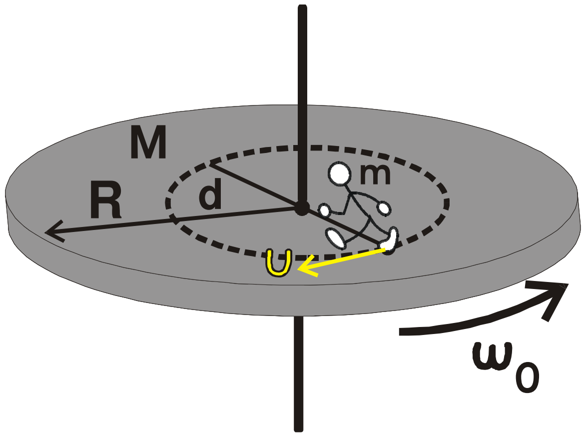
91. Άνθρωπος σε μια κυκλική τροχιά.



Ένας άνθρωπος μάζας m=50Kg, τρέχει κατά την ωρολογιακή φορά, πάνω σε έναν κυκλικό δίσκο μάζας M=100Kg και ακτίνας R=2m. Ο άνθρωπος κινείται σε κυκλική τροχιά σε απόσταση d=1m από το κέντρο του δίσκου, με ταχύτητα υ=3m/s ως προς το δίσκο, ενώ ο δίσκος περιστρέφεται χωρίς τριβές, αντιωρολογιακά με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_0=1 rad/s. Κάποια στιγμή ο άνθρωπος σκοντάφτει και πέφτει. Ποια είναι η καινούργια γωνιακή ταχύτητα του συστήματος άνθρωπος – δίσκος μετά το πέσιμο του ανθρώπου; Πόσο μεταβλήθηκε η κινητική ενέργεια του συστήματος κατά το πέσιμο του ανθρώπου;

Δίνεται για το δίσκο $I_\delta = I_{cm} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$ και ότι δεν υπάρχουν εξωτερικές ροπές.

Συνοπτική λύση:

Η ταχύτητα του ανθρώπου ως προς την ακίνητη γη είναι $\upsilon_\alpha = \upsilon - \omega_0 \cdot d = 2 m/s$. Η ολική στροφορμή του συστήματος ως προς τη γη είναι σταθερή. Άρα $\vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda}$ ή

$I_\delta \cdot \omega_0 - m \cdot \upsilon_\alpha \cdot d = (I_\delta + m \cdot d^2) \cdot \omega \Rightarrow \omega = \frac{I_\delta \cdot \omega_0 - m \cdot \upsilon_\alpha \cdot d}{I_\delta + m \cdot d^2}$ με $I_\delta = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 = 200\ Kg \cdot m^2$.

Άρα $\omega = \frac{200-100}{250} \Rightarrow \omega = 0{,}4$ rad/s.

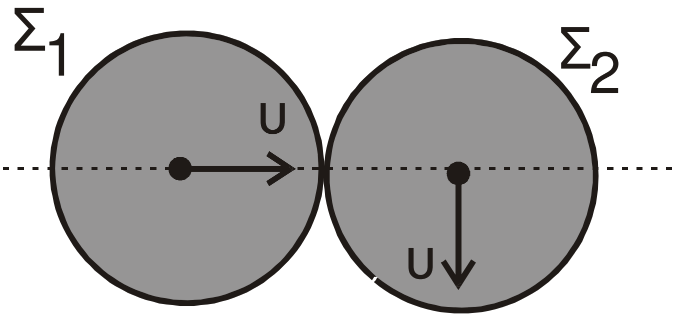
$K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} \cdot I_\delta \cdot \omega_0^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_\alpha^2 = 100 + 100 = 200J$. Ακόμη $K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} \cdot (I_\delta + m \cdot d^2) \cdot \omega^2 = 125 \cdot 0{,}16 = 20J$.

Η κινητική ενέργεια του συστήματος δε διατηρείται σταθερή αλλά μικραίνει.

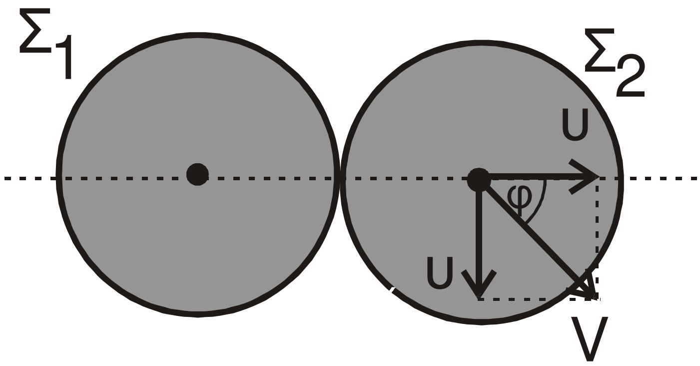
mix-mix@sch.gr

92. Ελαστική κρούση 2 σφαιρών που κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις

Σφαίρα Σ_1, μάζας m και ακτίνας R κινείται με ταχύτητα υ και συγκρούεται ελαστικά με όμοια σφαίρα Σ_2 που κινείται με ταχύτητα ίσου μέτρου υ σε κάθετη διεύθυνση. Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των δυο σφαιρών μετά την κρούση.



Συνοπτική λύση:



Όταν δυο τέλεια ελαστικές σφαίρες συγκρούονται κεντρικά τότε ανταλλάσουν ταχύτητες. Κατά τον άξονα των x λοιπόν, έχουμε μετωπική ελαστική κρούση οπότε οι δυο σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες. Έτσι η Σ_1 μετά την κρούση θα ακινητοποιηθεί ενώ η Σ_2 μετά την κρούση θα αποκτήσει στον άξονα των x την ταχύτητα της Σ_1.
Επειδή όμως η Σ_2 είχε ταχύτητα υ πριν την κρούση κατά τον άξονα των y, η συνολική της ταχύτητα θα είναι ίση με V με $V=\sqrt{\upsilon^2+\upsilon^2}=\sqrt{2\upsilon^2}=\upsilon\sqrt{2}$ και $\varphi=45^0$.

93. Ελαστική κρούση 2 σφαιρών

Δυο τελείως ελαστικές σφαίρες ίσης μάζας m, κινούνται στην ίδια ευθεία πλησιάζοντας η μια την άλλη με ταχύτητες αντίστοιχα $υ_1$ και $υ_2$. Κάποια χρονική στιγμή απέχουν μεταξύ τους απόσταση d. Μετά από πόσο χρόνο θα απέχουν πάλι την ίδια απόσταση d;

Συνοπτική λύση:

Τη στιγμή που θα συγκρουστούν οι δυο σφαίρες θα έχουν διανύσει αποστάσεις $x_1=υ_1\cdot t$ και $x_2=υ_2\cdot t$ με $x_1+x_2=d$ ή $υ_1\cdot t+υ_2\cdot t=d \Rightarrow t=\dfrac{d}{υ_1+υ_2}$. Μετά την κρούση οι δυο σφαίρες ανταλλάσουν ταχύτητες και θα έχουμε $x_1'=υ_2\cdot t'$ και $x_2'=υ_1\cdot t'$ με $x_1'+x_2'=d$
Οπότε προκύπτει $t'=\dfrac{d}{υ_1+υ_2}$. Οπότε τα δυο σώματα θα απέχουν ξανά απόσταση d σε χρόνο $t_{ολ}=t+t'=\dfrac{2d}{υ_1+υ_2}$.

94. Στάσιμο κύμα

1. Η εξίσωση y=A·ημωt μπορεί να είναι εξίσωση στάσιμου κύματος. (Σ)
2. Σε ένα στάσιμο «κύμα» έχουμε άπειρα πλάτη ταλάντωσης όσα δηλαδή και τα σημεία της χορδής στην οποία δημιουργείται το στάσιμο κύμα (Σ)
3. Τα μήκη κύματος αλλά και οι συχνότητες σ' ένα στάσιμο κύμα που δημιουργείται σε χορδή δεδομένου μήκους είναι κβαντισμένα μεγέθη. (Σ).
4. Να βρείτε την απόσταση εκατέρωθεν ενός δεσμού ενός στάσιμου κύματος στην οποία υπάρχουν σημεία, που το πλάτος της ταλάντωσής τους είναι ίσο με το πλάτος των συμβαλλόντων κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα ($\varphi_0=0$).

Συνοπτική λύση:

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι $y=2A\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}\cdot\eta\mu 2\pi\frac{t}{T}$ με $A'=2A\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}$, όπου A είναι το πλάτος των συμβαλλόντων κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα. Τότε για A΄=A θα έχουμε

$2A\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}=A\Rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}=\frac{1}{2}\Rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi\,\frac{x_\delta\pm\Delta x}{\lambda}=\frac{1}{2}$, όπου x_δ είναι η θέση του δεσμού και $x=x_\delta\pm\Delta x$ είναι η θέση στην οποία ικανοποιείται η απαίτηση της άσκησης.

Γνωρίζουμε ότι συν(α±β)=συνα·συνβ $\mp$ ημα·ημβ, οπότε έχουμε

$\sigma\upsilon\nu 2\pi\,\frac{x_\delta+\Delta x}{\lambda}=\frac{1}{2}\Rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi\,\frac{x_\delta}{\lambda}\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi\,\frac{\Delta x}{\lambda}\mp\eta\mu 2\pi\,\frac{x_\delta}{\lambda}\cdot\eta\mu 2\pi\,\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{1}{2}$, όμως

για τους δεσμούς του στάσιμου κύματος ισχύει $2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\,\frac{x_\delta}{\lambda}=0\Rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi\,\frac{x_\delta}{\lambda}=0$.

Τότε είναι $\eta\mu 2\pi\,\frac{x_\delta}{\lambda}=1$ και προκύπτει $\mp\ \eta\mu 2\pi\,\frac{x_\delta}{\lambda}\cdot\eta\mu 2\pi\,\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{1}{2}\Rightarrow$

$\Rightarrow \eta\mu 2\pi\,\frac{\Delta x}{\lambda}=\pm\frac{1}{2}\Rightarrow \eta\mu 2\pi\,\frac{\Delta x}{\lambda}=\pm\eta\mu\,\frac{\pi}{6}\Rightarrow 2\pi\,\frac{\Delta x}{\lambda}=\pm\,\frac{\pi}{6}\Rightarrow \Delta x=\frac{\lambda}{12}$.

5. Αν οι εξισώσεις των δυο κυμάτων που με τη συμβολή τους δημιουργούν το στάσιμο κύμα είναι $y_1=A\cdot\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})$ και $y_2=A\cdot\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}+\frac{3}{4})$ τότε να βρεθεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος.

Συνοπτική λύση:

$y=y_1+y_2\Rightarrow y=2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{2}(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{3}{4})\eta\mu\frac{2\pi}{2}(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}+\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}+\frac{3}{4})\Rightarrow$

$\Rightarrow y=2A\sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{x}{\lambda}+\frac{3}{8})\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T}+\frac{3}{8})$ **(Εξίσωση του στάσιμου «κύματος»).**

- Για $A'=0 \Rightarrow 2A|\sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{x}{\lambda}+\frac{3}{8})|=0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{x}{\lambda}+\frac{3}{8})=0 \Rightarrow 2\pi(\frac{x}{\lambda}+\frac{3}{8})=\kappa\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow$
$\Rightarrow \frac{x}{\lambda}+\frac{3}{8}=\frac{2\kappa+1}{4} \Rightarrow x=(4\kappa-1)\cdot\frac{\lambda}{8}$ **(Δεσμοί του στάσιμου κύματος).**

Για την απόσταση δυο διαδοχικών δεσμών του στάσιμου κύματος έχουμε
$x_1=(4\kappa-1)\cdot\frac{\lambda}{8}$ και $x_2=(4\kappa+3)\cdot\frac{\lambda}{8}$ άρα $\Delta x=4\cdot\frac{\lambda}{8} \Rightarrow \Delta x=\frac{\lambda}{2}$.

- Για $|A'|=2A \Rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{x}{\lambda}+\frac{3}{8})=\pm 1 \Rightarrow 2\pi(\frac{x}{\lambda}+\frac{3}{8})=\kappa\pi \Rightarrow$
$\Rightarrow \frac{x}{\lambda}+\frac{3}{8}=\frac{\kappa}{2} \Rightarrow x=(4\kappa-3)\cdot\frac{\lambda}{8}$ **(Κοιλίες του στάσιμου κύματος).**

Για την απόσταση δυο διαδοχικών κοιλιών του στάσιμου κύματος έχουμε
$x_1=(4\kappa-3)\cdot\frac{\lambda}{8}$ και $x_2=(4\kappa+1)\cdot\frac{\lambda}{8}$ άρα $\Delta x=4\cdot\frac{\lambda}{8} \Rightarrow \Delta x=\frac{\lambda}{2}$.

Αν το στάσιμο κύμα που δημιουργείται βρίσκεται μεταξύ των σημείων $-2<x<5m$ τότε για τον υπολογισμό του αριθμού των δεσμών και κοιλιών έχουμε:
$-2<(4\kappa-1)\cdot\frac{\lambda}{8}<5$ και $-2<(4\kappa-3)\cdot\frac{\lambda}{8}<5$, από όπου υπολογίζουμε τις ακέραιες τιμές του κ που επαληθεύουν τις παραπάνω ανισώσεις.

mix-mix@sch.gr

95. Στάσιμο κύμα_2

Σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο, μεγάλου μήκους διαδίδονται δυο αρμονικά κύματα, τα οποία δημιουργούν στάσιμο κύμα και περιγράφονται από τις εξισώσεις $y_1=0{,}4\cdot ημ2π(5t-\frac{x}{2})$ και $y_2=0{,}4\cdot ημ2π(5t+\frac{x}{2}+\frac{3}{4})$.

α) Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που σχηματίζεται μετά τη συμβολή των κυμάτων. Θεωρούμε ότι το στάσιμο κύμα δημιουργήθηκε τη χρονική στιγμή $t_0=0$.

β) Να βρείτε τις θέσεις των δεσμών και των κοιλιών του στάσιμου κύματος, από την αρχή O ($x_0=0$), του συστήματος συντεταγμένων. Ποια είναι η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών δεσμών ή κοιλιών του στάσιμου κύματος;

γ) Για ένα σημείο Μ του ελαστικού μέσου που έχει πλάτος ταλάντωσης $0{,}4\sqrt{3}$ m, να βρείτε τη μικρότερή του απόσταση από την αρχή O, και να κάνετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσής του, της ταχύτητας ταλάντωσής του καθώς και του πλάτους του σε συνάρτηση με το χρόνο t.

δ) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t=\frac{3}{20}$ s και για την περιοχή $-2\le x\le 3$m του ελαστικού μέσου διάδοσης.

ε) Να γίνει η γραφική παράσταση του πλάτους $|A'|$ του στάσιμου κύματος σε συνάρτηση με το x και για $-2\le x\le 3$m

στ) Αν η μάζα της χορδής από -2 έως και 3m (L=5m) είναι M=0,2Kg τότε να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της χορδής τη χρονική στιγμή $t=\frac{1}{40}$ s.

Συνοπτική λύση:

α) Σύμφωνα με το νόμο της επαλληλίας η απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου τη χρονική στιγμή t, θα είναι $y=y_1+y_2\Rightarrow$

$$\Rightarrow y=0{,}8συν\frac{2π}{2}(-x-\frac{3}{4})ημ\frac{2π}{2}(10t+\frac{3}{4})\Rightarrow y=0{,}8συν2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})ημ2π(5t+\frac{3}{8}).$$

β) Για $A'=0\Rightarrow 0{,}8\cdot|συν2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})|=0\Rightarrow συν2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})=0\Rightarrow 2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})=κπ+\frac{π}{2}\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x}{2}+\frac{3}{8}=\frac{2κ+1}{4}\Rightarrow x=(4κ-1)\cdot\frac{λ}{8}\Rightarrow x=\frac{4κ-1}{4}$ $(κ\in\mathbb{Z})$, **(Δεσμοί του στάσιμου κύματος).**

Για την απόσταση δυο διαδοχικών δεσμών του στάσιμου κύματος έχουμε $x_1=(4κ-1)\cdot\frac{λ}{8}$ και $x_2=(4κ+3)\cdot\frac{λ}{8}$ άρα $Δx=4\cdot\frac{λ}{8}\Rightarrow Δx=\frac{λ}{2}$.

Για $|A'|=2A\Rightarrow συν2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})=\pm 1\Rightarrow 2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})=κπ\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x}{2}+\frac{3}{8}=\frac{\kappa}{2} \Rightarrow x=(4\kappa-3)\cdot\frac{\lambda}{8} \Rightarrow x=\frac{4\kappa-3}{4} (\kappa \in \mathbb{Z})$, **(Κοιλίες του στάσιμου κύματος).**

Για την απόσταση δυο διαδοχικών κοιλιών του στάσιμου κύματος έχουμε $x_1=(4\kappa-3)\cdot\frac{\lambda}{8}$ και $x_2=(4\kappa+1)\cdot\frac{\lambda}{8}$ άρα $\Delta x=4\cdot\frac{\lambda}{8} \Rightarrow \Delta x=\frac{\lambda}{2}$.

γ) Το πλάτος του στάσιμου κύματος είναι $A'=0{,}8\cdot|\sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})|$

Για $A'=0{,}4\sqrt{3}$ m θα έχουμε $0{,}4\sqrt{3}=0{,}8|\sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})| \Rightarrow$

$\Rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})=\pm\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})=\pm\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}$. Τότε

$2\pi(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})=\kappa\pi\pm\frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{x}{2}+\frac{3}{8}=\frac{\kappa}{2}\pm\frac{1}{12} \Rightarrow x=\kappa-\frac{7}{12}$ ή $x=\kappa-\frac{11}{12}$

Από την 1η λύση έχουμε για κ=0, $x=-\frac{7}{12}$, και $\forall$ κ<0 είναι $x<-\frac{7}{12}$,

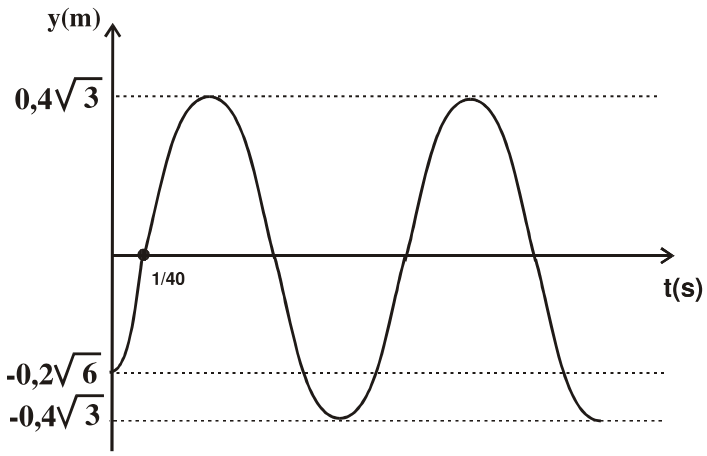
Για κ=1, $x=\frac{5}{12}$ m και $\forall$ κ>1 είναι $x>\frac{5}{12}$ m, άρα η μικρότερη απόσταση είναι η $x=\frac{5}{12}$ m.

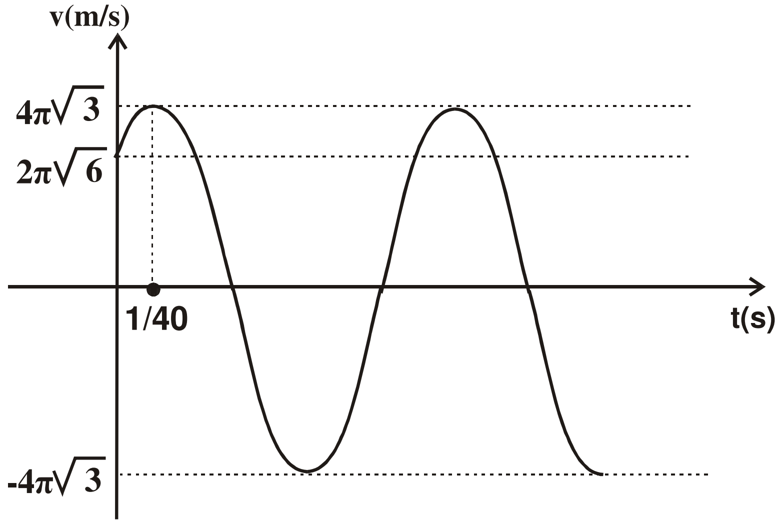
Από τη 2η λύση έχουμε για κ=0, $x=-\frac{11}{12}$, και $\forall$ κ<0 είναι $x<-\frac{11}{12}$,

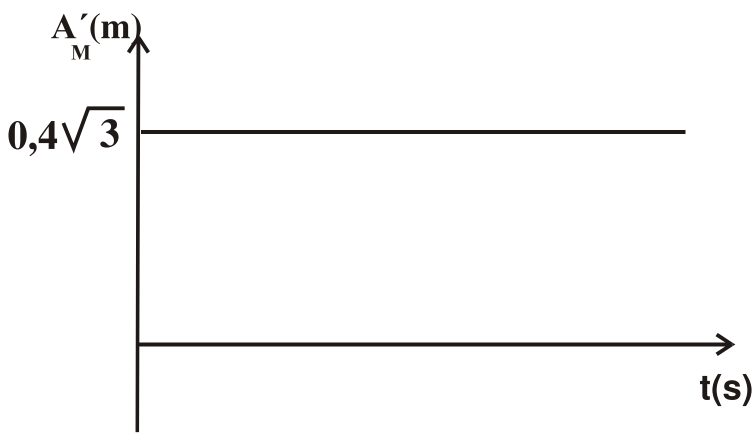
Για κ=1, $x=\frac{1}{12}$ m και $\forall$ κ>1 είναι $x>\frac{1}{12}$ m, άρα η μικρότερη απόσταση είναι η $x=\frac{1}{12}$ m. Τελικά έχουμε $x_{min}=\frac{1}{12}$ m.

Για την εξίσωση ταλάντωσης του σημείου Μ έχουμε $y=0{,}8\sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{1}{24}+\frac{3}{8})\eta\mu 2\pi(5t+\frac{3}{8}) \Rightarrow y=0{,}8\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{6}\eta\mu 2\pi(5t+\frac{3}{8}) \Rightarrow$

$\Rightarrow y=0{,}8(-\frac{\sqrt{3}}{2})\eta\mu 2\pi(5t+\frac{3}{8}) \Rightarrow y=-0{,}4\sqrt{3}\,\eta\mu 2\pi(5t+\frac{3}{8})$ και για την ταχύτητα ταλάντωσης θα έχουμε $v=-4\pi\sqrt{3}\,\sigma\upsilon\nu 2\pi(5t+\frac{3}{8})$.







δ) Για $t=\frac{3}{20}$ s η εξίσωση του στάσιμου κύματος γίνεται

$$y=0{,}8\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{x}{2}+\frac{3}{8}\right)\eta\mu 2\pi\left(5\cdot\frac{3}{20}+\frac{3}{8}\right)\Rightarrow y=0{,}8\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{x}{2}+\frac{3}{8}\right)\eta\mu\frac{9\pi}{4}\Rightarrow$$

$\Rightarrow$ y=0,8συν2π($\frac{x}{2}+\frac{3}{8}$)ημ $\frac{\pi}{4}\Rightarrow$ y=0,4$\sqrt{2}$ συν2π($\frac{x}{2}+\frac{3}{8}$).

Για τη περιοχή $-2\leq x\leq 3$m του ελαστικού μέσου διάδοσης για τους δεσμούς θα είναι

$-2\leq\frac{4\kappa-1}{4}\leq 3\Rightarrow -\frac{7}{4}\leq\kappa\leq\frac{13}{4}$ άρα κ=-1,0,1,2,3 (5 δεσμοί) και οι θέσεις των δεσμών θα είναι :

Για κ=-1$\Rightarrow x_\delta = -\frac{5}{4}=-\frac{5\lambda}{8}$, κ=0$\Rightarrow x_\delta = -\frac{1}{4}=-\frac{\lambda}{8}$, κ=1$\Rightarrow x_\delta = \frac{3}{4}=\frac{3\lambda}{8}$,

κ=2$\Rightarrow x_\delta = \frac{7}{4}=\frac{7\lambda}{8}$ και κ=3$\Rightarrow x_\delta=\frac{11}{4}=\frac{11\lambda}{8}$.

Παρόμοια για $-2\leq x\leq 3$m του ελαστικού μέσου διάδοσης για τις κοιλίες έχουμε,

$-2\leq\frac{4\kappa-3}{4}\leq 3\Rightarrow -\frac{5}{4}\leq\kappa\leq\frac{15}{4}$ άρα επίσης κ=-1,0,1,2,3 (5 κοιλίες) και οι θέσεις των κοιλιών θα είναι:

Για κ=-1$\Rightarrow x_\kappa = -\frac{7}{4}=-\frac{7\lambda}{8}$, κ=0$\Rightarrow x_\kappa = -\frac{3}{4}=-\frac{3\lambda}{8}$, κ=1$\Rightarrow x_\kappa = \frac{1}{4}=\frac{\lambda}{8}$,

κ=2$\Rightarrow x_\kappa = \frac{5}{4}=\frac{5\lambda}{8}$ και κ=3$\Rightarrow x_\kappa = \frac{9}{4}=\frac{9\lambda}{8}$.

Τη χρονική στιγμή $t=\frac{3}{20}$ s οι δεσμοί θα είναι ακίνητοι στη θέση y=0και οι

κοιλίες θα βρίσκονται σε απομάκρυνση y=0,4$\sqrt{2}$ συν2π($\frac{4\kappa-3}{8}+\frac{3}{8}$)$\Rightarrow\Rightarrow$y=0,4$\sqrt{2}$

συνκπ$\Rightarrow$y= $\pm$0,4$\sqrt{2}$ m.

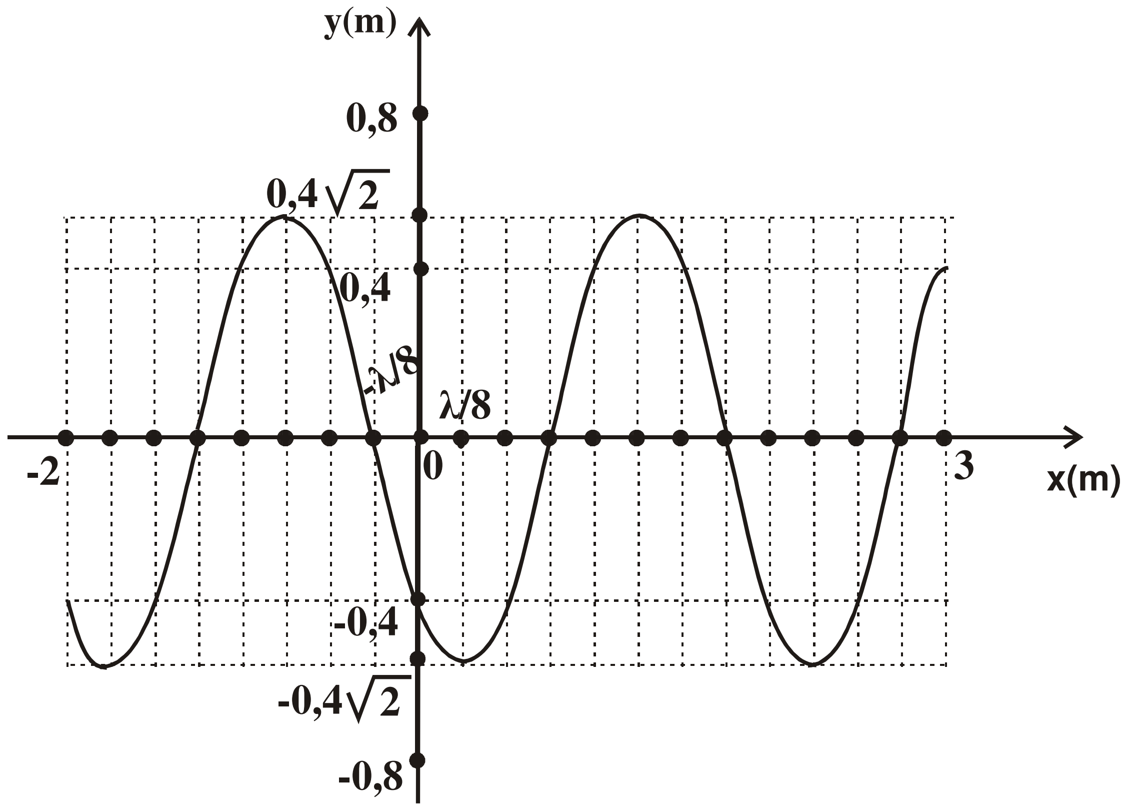
Ακόμη

Για x=0 έχουμε y=0,4$\sqrt{2}$ συν2π($\frac{x}{2}+\frac{3}{8}$)$\Rightarrow$y=0,4$\sqrt{2}$ συν$\frac{3\pi}{4}\Rightarrow$ y= -0,4m.

Για x=-2m έχουμε y=0,4$\sqrt{2}$ συν$\frac{5\pi}{4}\Rightarrow$ y= -0,4m και

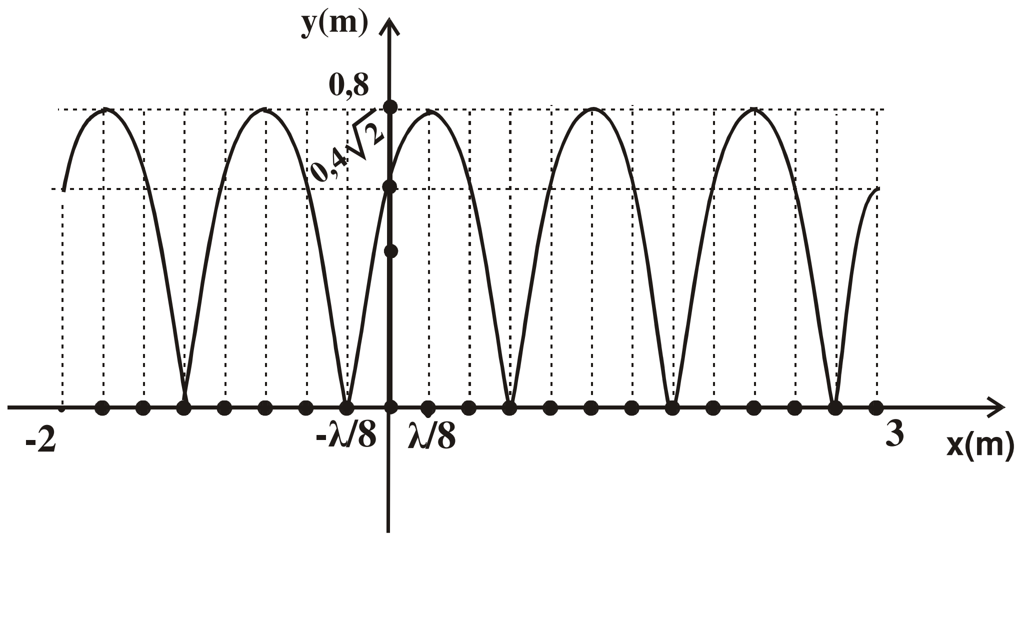
για x=3m έχουμε y=0,4$\sqrt{2}$ συν $\frac{15\pi}{4}\Rightarrow$ y= 0,4m. Έτσι για το στιγμιότυπο του

στάσιμου κύματος είναι:



ε) Η εξίσωση του πλάτους του στάσιμου κύματος είναι $A' = 0{,}8 \cdot \left|συν2π\left(\frac{x}{2} + \frac{3}{8}\right)\right|$

Όλες οι κοιλίες έχουν μέγιστο πλάτος 0,8 m ενώ οι δεσμοί είναι ακίνητοι. Ακόμη για x=0 έχουμε $A' = 0{,}4\sqrt{2}$ m. Παρόμοια για x=-2m και x=3m είναι $A' = 0{,}4\sqrt{2}$ m. Τελικά προκύπτει η γραφική παράσταση του παρακάτω σχήματος.



στ) Από την εξίσωση του στάσιμου κύματος $y=0{,}8συν2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})ημ2π(5t+\frac{3}{8})$. προκύπτει πως για την ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων της ελαστικής χορδής ισχύει, $v=8πσυν2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})συν2π(5t+\frac{3}{8})$. Τότε η κινητική ενέργεια ενός στοιχειώδους μήκους της χορδής Δx που έχει μάζα Δm είναι $ΔK=\frac{1}{2}\cdot Δm\cdot v^2 \Rightarrow$

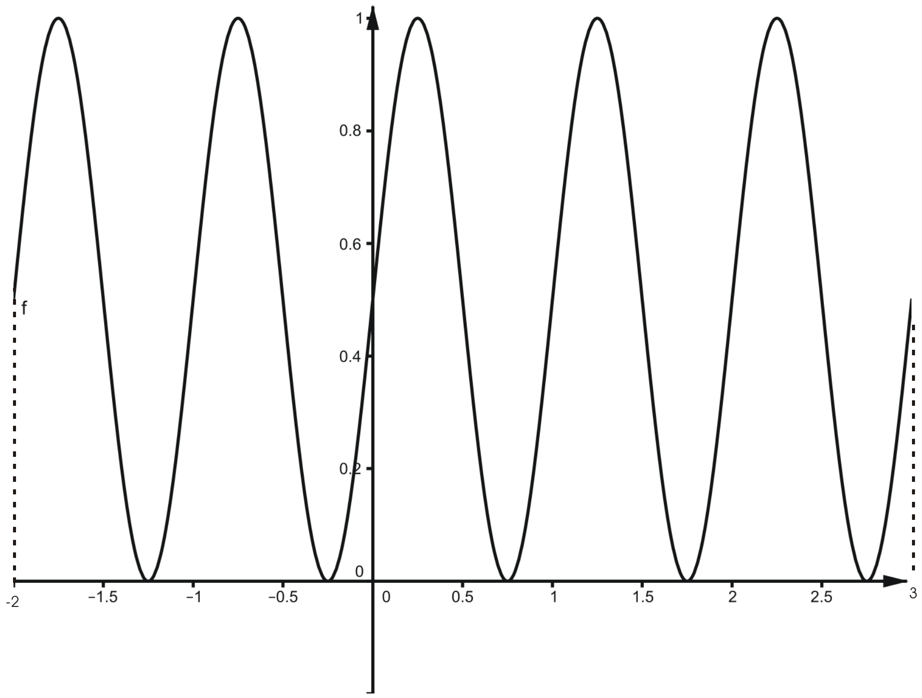
$\Rightarrow ΔK=\frac{1}{2}\cdot Δm\cdot 64π^2συν^2[2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})]συν^2[2π(5t+\frac{3}{8})]$ Για $Δm=\frac{M}{L}\cdot Δx \Rightarrow$

$$ΔK=\frac{1}{2}\cdot\frac{M}{L}\cdot 64π^2\cdot συν^2[2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})]\cdot συν^2[2π(5t+\frac{3}{8})]\cdot Δx \Rightarrow$$

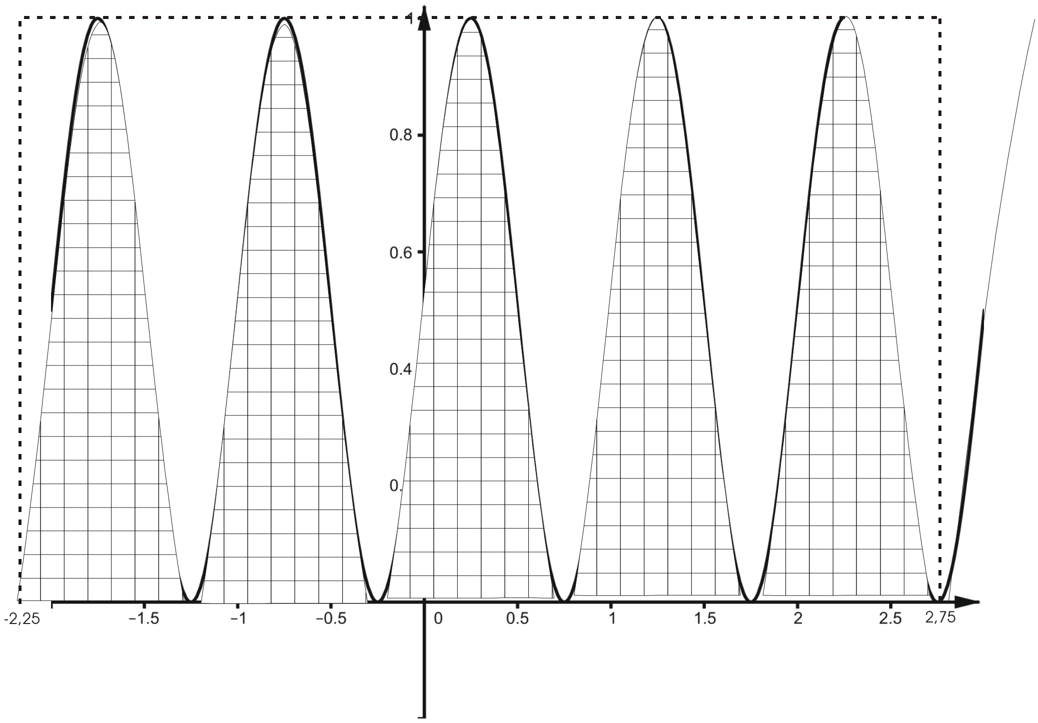
$$ΔK=32π^2\frac{M}{L}\cdot συν^2[2π(5t+\frac{3}{8})]\cdot συν^2[2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})]\cdot Δx \Rightarrow$$

$K_{ολ}=2π^2\frac{M}{L}\cdot συν^2[2π(5t+\frac{3}{8})]\cdot\sum_{-2}^{3} συν^2[2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})]\cdot Δx$. Το άθροισμα

$\sum_{-2}^{3} συν^2[2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})]\cdot Δx$ βρίσκεται αν σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση της $συν^2[2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})]=συν^2(πx+\frac{3π}{4})$ σε συνάρτηση με το x για $-2\le x\le 3$m.
που είναι η παρακάτω.



Το γραμμοσκιασμένο εμβαδό δίνει το παραπάνω άθροισμα. Το εμβαδό του παραλληλογράμμου είναι β·υ=(2,75-(-2,25)·1=5. Τότε λόγω συμμετρίας το γραμμοσκιασμένο εμβαδό θα είναι το μισό του εμβαδού του παραλληλογράμμου οπότε υπολογίζεται ίσο με $\frac{5}{2}=2{,}5$.



Τότε έχουμε, $K_{ολ}=2π^2\frac{M}{L}\cdot συν^2[2π(5t+\frac{3}{8})]\cdot\sum_{-2}^{3} συν^2[2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})]\cdot Δx \Rightarrow$

$\Rightarrow K_{ολ}=5π^2\frac{M}{L}\cdot συν^2[2π(5t+\frac{3}{8})]$.Ακόμη M=0,2 Kg και L=5m άρα έχουμε

$K_{ολ}=0,2π^2\cdot συν^2[2π(5t+\frac{3}{8})]$. Για $t=\frac{1}{40}$ s είναι $K_{ολ}=0,2π^2\cdot συν^2π=0,2π^2=2J$.

Τη χρονική στιγμή $t=\frac{1}{40}$ s είναι $y=0,8συν2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})ημ2π(5t+\frac{3}{8})\Rightarrow$

$\Rightarrow y=0,8συν2π(\frac{x}{2}+\frac{3}{8})ημπ=0$. Άρα η χορδή είναι οριζόντια οπότε εκείνη τη στιγμή όλα τα μόρια της χορδής έχουν τη μέγιστη κινητική ενέργεια. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η κινητική ενέργεια της χορδής τη χρονική στιγμή $t=\frac{1}{40}$ s είναι μέγιστη και ίση με $K_{max}=K_{ολ}=2J$.