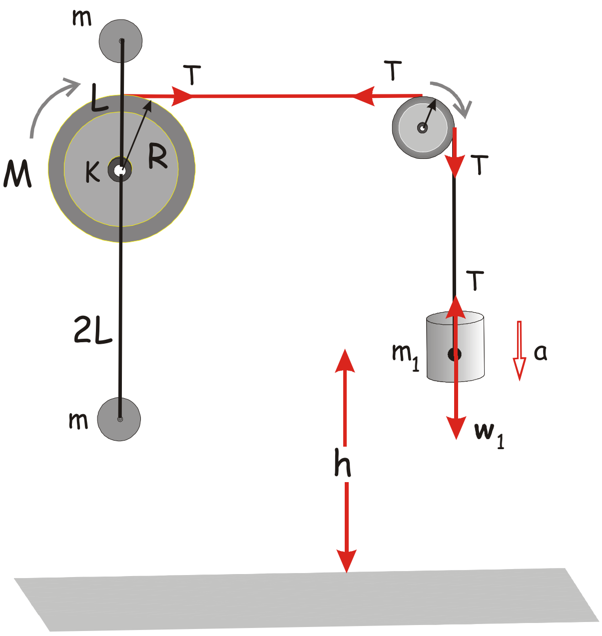
96.

Η ράβδος του σχήματος είναι αβαρής και είναι συγκολλημμένη σε επίπεδο δίσκο μάζας M και ακτίνας R.
Οι δυο ίσες μάζες m είναι στερεωμένες στη ράβδο και απέχουν από το κέντρο K του δίσκου από τον οποίο περνάει ο άξονας περιστροφής αποστάσεις L και 2L.
Γύρω από το δίσκο είναι κατάλληλα τυλιγμένο νήμα το οποίο μέσω μιας αβαρούς τροχαλίας δένεται στη μάζα m_1=M.
Κάποια στιγμή το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και αποκτά κινητική ενέργεια $K_{ολ}$=40J. Να υπολογιστούν εκείνη τη στιγμή οι κινητικές ενέργειες των επιμέρους μαζών.



Δίνεται $m_1=\frac{25}{8}m$, $L=\frac{5}{4}R$ και για το δίσκο $I_δ=I_{cm}=\frac{1}{2}\cdot M\cdot R^2$.

Συνοπτική λύση:

Για τη μάζα m_1 που κάνει μεταφορική κίνηση είναι $K_1=\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot υ^2$. Όλα τα σημεία του νήματος έχουν την ίδια ταχύτητα, οπότε η υ είναι ίση με τη γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του δίσκου, και ισχύει υ=ω·R. Ο δίσκος εκτελεί στροφική κίνηση οπότε $K_Δ=\frac{1}{2}\cdot I_δ\cdot ω^2 \Rightarrow K_Δ=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot M\cdot R^2.\cdot ω^2 \Rightarrow K_Δ=\frac{1}{4}\cdot M\cdot(ω\cdot R)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow K_Δ=\frac{1}{4}\cdot M\cdot υ^2 \Rightarrow K_Δ=\frac{1}{4}\cdot m_1\cdot υ^2 \Rightarrow K_Δ=\frac{1}{2}\cdot K_1 \Rightarrow$ $\mathbf{K_1=2K_Δ}$.

Για τη μάζα m που απέχει απόσταση L από το κέντρο K του δίσκου και για τη μεταφορική της κίνηση έχουμε $K_1'=\frac{1}{2}\cdot m\cdot υ_1^2$, όπου για τη γραμμική ταχύτητα $υ_1$ ισχύει $υ_1=ω\cdot L$.

Τότε $K_1'=\frac{1}{2}\cdot m\cdot(ω\cdot L)^2 \Rightarrow K_1'=\frac{1}{2}\cdot m\cdot(ω\cdot\frac{5}{4}R)^2 \Rightarrow K_1'=\frac{25}{16}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{25}m_1\cdot(ω\cdot R)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow K_1'=\frac{1}{4}\cdot m_1\cdot υ^2 \Rightarrow$ $\mathbf{K_1'=K_Δ}$.

Παρόμοια είναι $K_2'=\frac{1}{2}\cdot m\cdot υ_2^2$, ενώ για τη γραμμική ταχύτητα $υ_2$ ισχύει $υ_2=ω\cdot 2L \Rightarrow υ_2=2υ_1$, οπότε $K_2'=\frac{1}{2}\cdot m\cdot 4υ_1^2 \Rightarrow K_2'=4\cdot\frac{1}{2}\cdot m\cdot υ_1^2 \Rightarrow K_2'=4\cdot K_1' \Rightarrow$ $\mathbf{K_2'=4\cdot K_Δ}$.

Τελικά $K_{ολ}=K_1+K_Δ+K_1'+K_2' \Rightarrow K_{ολ}=2K_Δ+K_Δ+K_Δ+4K_Δ \Rightarrow 40=8K_Δ \Rightarrow$ $\mathbf{K_Δ=5J}$.

Άρα $K_1=2K_Δ=10J$, $K_1'=K_Δ=5J$ και $K_2'=4\cdot K_Δ=20J$.

mix-mix@sch.gr