51. ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΚΥΜΑ.

Αρμονικό κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα xox΄ με σταθερή ταχύτητα υ=10m/s.
Τη χρονική στιγμή t=0 το κύμα βρίσκεται στη θέση x_M=-0,15m. Η πηγή (Ο) του κύματος βρίσκεται στη θέση x_0=+0,1m. Το πλάτος ταλάντωσης της πηγής είναι Α=5cm και η περίοδός της είναι Τ=0,02s. Τότε:
α) Ποια είναι η εξίσωση του κύματος δεδομένου πως όταν ξεκίνησε η ταλάντωση της πηγής η φάση της ήταν 0 rad;
β) Σε πόσο χρόνο Δt το κύμα διήνυσε την απόσταση (ΟΜ);
γ) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t=0.
δ) Να σχεδιάσετε τη φάση του σημείου Μ με το χρόνο t.
ε) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση x από τη πηγή τη χρονική στιγμή t=0 και τη χρονική στιγμή t=T=0,02s.
στ) Για το σημείο Μ να κάνετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο
ζ) Αν τη χρονική στιγμή t=0, η πηγή (Ο), αρχίζει να απομακρύνεται από το σημείο (Μ) με ταχύτητα v=10m/s, τότε να βρεθεί η καινούργια εξίσωση του κύματος.

Συνοπτική λύση:

α) $y=A\cdot\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}+\frac{\varphi_0}{2\pi})$, $f=\frac{1}{T}=50Hz$ και $\upsilon=\lambda f\Rightarrow\lambda=\frac{1}{5}=0,2m$.

$y=5\cdot 10^{-2}\cdot\eta\mu 2\pi(50t+5x+\frac{\varphi_0}{2\pi})$. Για φ=0 τη χρονική στιγμή t=0 έχουμε $-5\cdot 0,15+\frac{\varphi_0}{2\pi}=0\Rightarrow$

$\varphi_0=1,5\pi\Rightarrow\varphi_0=\frac{3\pi}{2}$ rad. Άρα $y=5\cdot 10^{-2}\cdot\eta\mu 2\pi(50t+5x+\frac{3}{4})$ (S.I).

β) $\upsilon=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=\frac{\Delta x}{\upsilon}=\frac{0,25}{10}\Rightarrow\Delta t=\frac{1}{40}$ s.

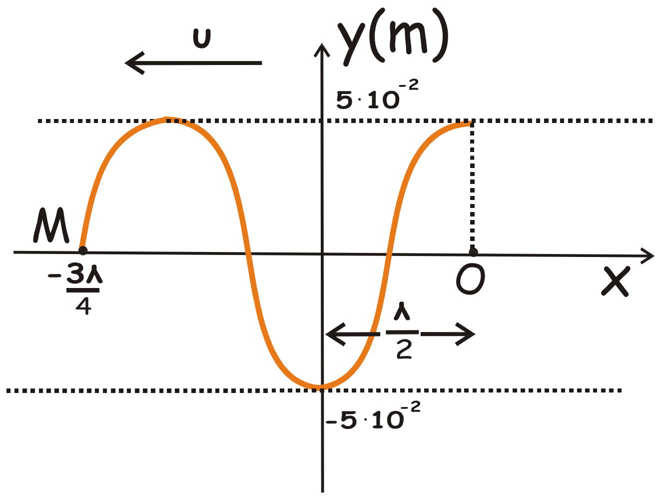
γ) $t=t_1=0$ $\quad y=5\cdot 10^{-2}\cdot\eta\mu 2\pi(\frac{3}{4}+5x)$

$x=0$ $\quad y=5\cdot 10^{-2}\cdot\eta\mu\frac{3\pi}{2}=-5\cdot 10^{-2}$ (v=0)

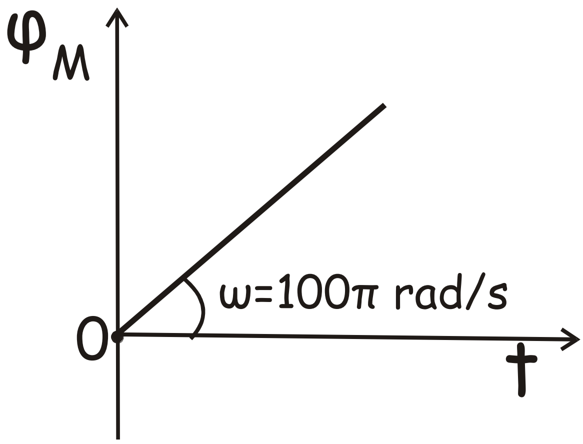
$\varphi=0$ $\quad 5x=-\frac{3}{4}\Rightarrow x=-\frac{3}{20}$ m, $\frac{x}{\lambda}=\frac{-3\cdot 5}{20}\Rightarrow x=-\frac{3\lambda}{4}$ m. Ακόμη $\frac{x_0}{\lambda}=\frac{0,1}{0,2}=\frac{1}{2}\Rightarrow$

$\Rightarrow x_0=+\frac{\lambda}{2}$. (Ισχύει πως εκεί που «φτάνει» το κύμα η φάση είναι φ=0 rad δηλαδή όση ήταν και η φάση της πηγής όταν ξεκίνησε η ταλάντωσή της).

Τελικά



δ) $\varphi_M=2\pi[50t+5\cdot(-0{,}15)+\frac{3}{4}]\Rightarrow\ \varphi_M=2\pi\cdot 50t\Rightarrow$ $\boldsymbol{\varphi_M=100\pi t}$

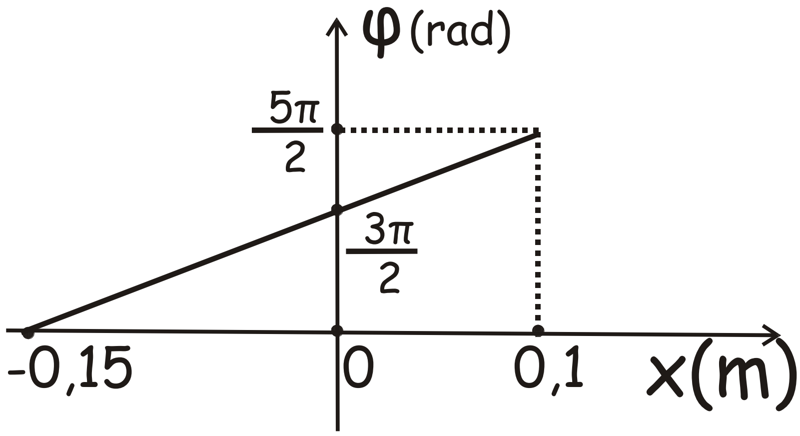


ε) $\varphi=2\pi(50t+5x+\frac{3}{4})$ για t=0 $\Rightarrow$ $\varphi=2\pi(5x+\frac{3}{4})$.

Για x=0 $\Rightarrow\varphi=\frac{3\pi}{2}$ rad

Για x= -0,15 m $\Rightarrow\varphi=0$ rad

Για x=0,1 m$\Rightarrow\varphi=\frac{5\pi}{2}$ rad άρα,

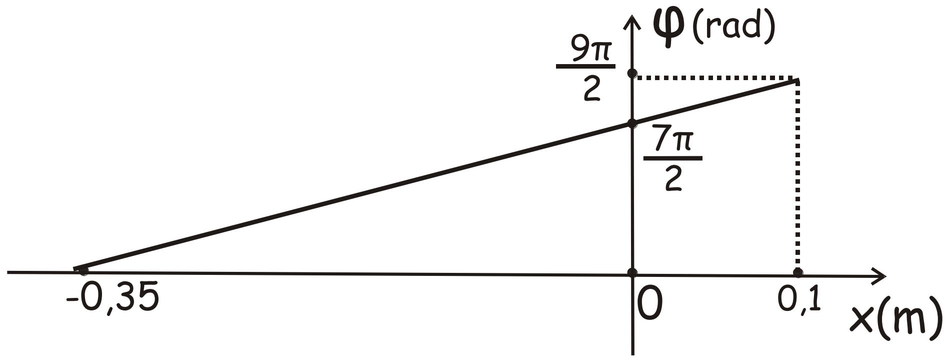


$\varphi=2\pi(50t+5x+\frac{3}{4})$ για t=T=0,02s $\Rightarrow$ $\varphi=2\pi(5x+\frac{7}{4})$.

Για x=0 $\Rightarrow$ $\varphi=\frac{7\pi}{2}$ rad

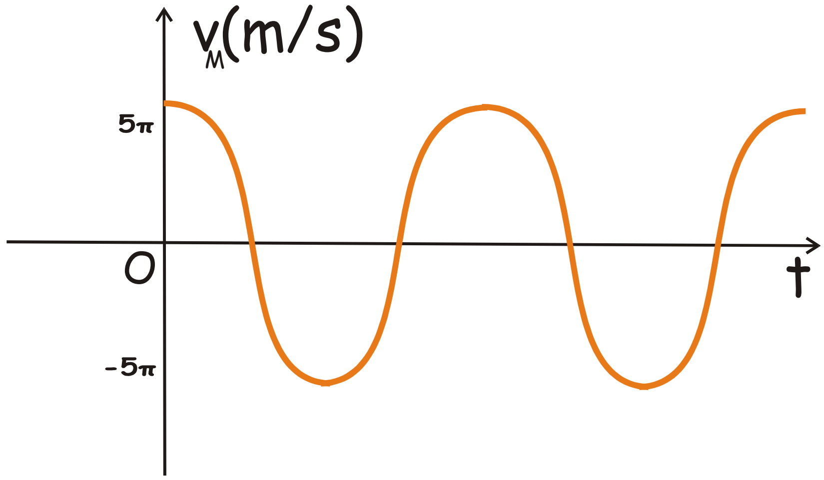
Για x=0,1 m$\Rightarrow$ $\varphi=\frac{9\pi}{2}$ rad άρα,

Για φ= 0 $\Rightarrow$ $5x=-\frac{7}{4}\Rightarrow x=-\frac{7}{20}$ =-0,35m.



στ) $y_M=5\cdot10^{-2}\cdot ημ2\pi(50t-\frac{3}{4}+\frac{3}{4})\Rightarrow y_M=5\cdot10^{-2}\cdot ημ100\pi t$ (m)

και **$v_M=5\pi\cdot συν100\pi t$** (m/s)



ζ) Αν τη χρονική στιγμή t=0, η πηγή (Ο), αρχίζει να απομακρύνεται από το σημείο (Μ) με ταχύτητα v=10m/s, τότε ουσιαστικά θα έχουμε ένα κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά (θετικό ημιάξονα xx΄) με v=10m/s, ενώ δε θα έχουμε κύμα μετά από το σημείο Μ, το οποίο θα «φαίνεται» σα να είναι η πηγή του κύματος. Άρα θα έχουμε $y=5\cdot10^{-2}\cdot ημ2\pi(50t-5x+\frac{\varphi_0}{2\pi})$. Για φ=0 τη χρονική στιγμή t=0 έχουμε $x=x_M=-0{,}15$m, οπότε, $-5\cdot0{,}15+\frac{\varphi_0}{2\pi}=0\Rightarrow\varphi_0=\frac{3\pi}{2}$ rad. Άρα $y=5\cdot10^{-2}\cdot ημ2\pi(50t-5x+\frac{3}{4})$ (S.I).