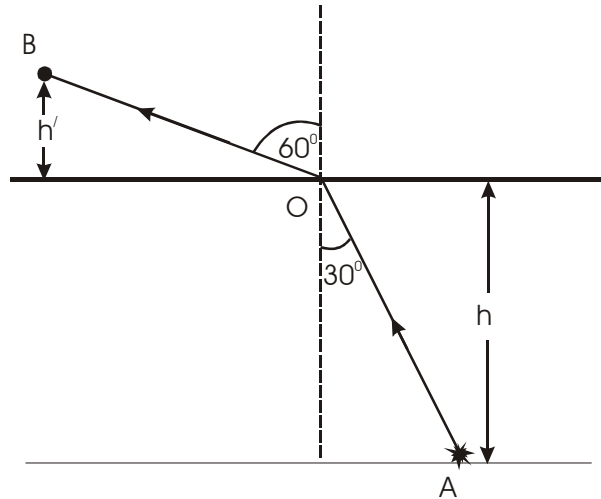


Ηλεκτρομαγνητικό κύμα

20. Στον πυθμένα πισίνας στο σημείο A και σε βάθος $h=3\text{m}$, υπάρχει μια φωτεινή πηγή που παράγει μονοχρωματικό φως μήκους κύματος στο κενό $\lambda_0=600\text{nm}$. Η πορεία της δέσμης από την πηγή A μέχρι τον παρατηρητή B που βρίσκεται σε ύψος $h'=1,2\text{m}$, από την επιφάνεια της πισίνας είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα. Τότε:



1. Πόση είναι η γωνία εκτροπής φ_e της δέσμης;
2. Αφού βρείτε το δείκτη διάθλασης του νερού, να υπολογιστεί ο χρόνος για να φτάσει η δέσμη από το A στο B σημείο.
3. Με πόσα μήκη κύματος αντιστοιχεί η διαδρομή AOB;
4. Να βρείτε πόσο διαφέρει η συχνότητα ενός φωτονίου της ακτινοβολίας στο κενό από τη συχνότητα του φωτονίου αυτού, όταν η ακτίνα βρίσκεται μέσα στο νερό.
5. Σε ποιο σημείο τέμνει η προέκταση της διαθλώμενης την κατακόρυφη που περνά από τη φωτεινή πηγή;
6. Για ποια γωνία πρόσπτωσης παρατηρούμε το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης;
7. Αν το πλάτος της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του ΗΛΜ κύματος μέσα στην πισίνα είναι $E_{\max}=10^{-2}\text{V/m}$ τότε να γράψετε την εξίσωση της έντασης του μαγνητικού πεδίου του ΗΛΜ κύματος μέσα στην πισίνα.
8. Να σχεδιάσετε σε κοινό διάγραμμα το στιγμιότυπο του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου του ΗΛΜ κύματος που διαδίδεται μέσα στην πισίνα σε χρόνο $t=T$.

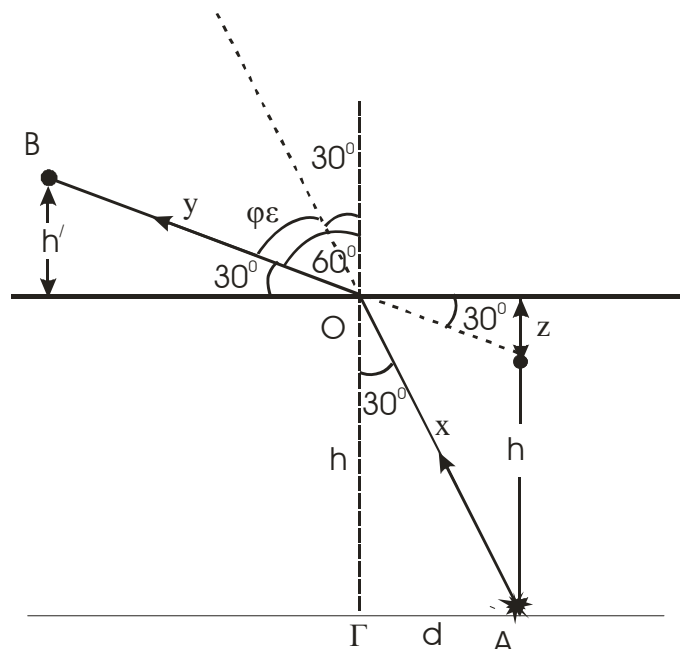
Δίνεται: η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c_0=3\cdot 10^8\text{m/s}$.

Λύση:

1. Για τη γωνία εκτροπής φ_e της δέσμης ισχύει από το σχήμα $\varphi_e=60^\circ-30^\circ=30^\circ$.

2. Από το νόμο του Snell το δείκτη διάθλασης του νερού θα έχουμε

$$\frac{\eta \mu 30^\circ}{\eta \mu 60^\circ} = \frac{1}{n} \Rightarrow n = \sqrt{3} > 1.$$



Ακόμη έχουμε $c = \frac{c_0}{n} = \sqrt{3} \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Από το σχήμα είναι $\sin 30^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow x = 2\sqrt{3} \text{ m}$.

Τότε ο χρόνος για να διανύσει το φως αυτή την απόσταση είναι $t_1 = \frac{x}{c} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 10^8} \Rightarrow$

$\Rightarrow t_1 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$. Ακόμη έχουμε $\eta \mu 30^\circ = \frac{h'}{y} \Rightarrow y = 2,4 \text{ m}$. Τότε έχουμε $t_2 = \frac{y}{c_0} = 0,8 \cdot 10^{-8} \text{ s}$.

Άρα ο χρόνος για να φτάσει η δέσμη από το Α στο Β σημείο είναι $t_{\text{ολ}} = t_1 + t_2 = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ s}$.

3. Για τη διαδρομή $AO = x$ θα έχουμε $N_1 = \frac{x}{\lambda} = 10^7$ μήκη κύματος. Το λ το υπολογίσαμε

από τη σχέση $n = \frac{\lambda_0}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{600}{\sqrt{3}} = 200\sqrt{3} \text{ nm}$. Για τη διαδρομή $BO = y$ θα έχουμε

$N_2 = \frac{y}{\lambda_0} = 0,4 \cdot 10^7$ μήκη κύματος άρα για τη διαδρομή AOB έχουμε συνολικά

$N = N_1 + N_2 \Rightarrow N = 1,4 \cdot 10^7$ μήκη κύματος.

4. Η συχνότητα ενός φωτονίου της ακτινοβολίας στο κενό είναι ίση με τη συχνότητα του φωτονίου αυτού, όταν η ακτίνα βρίσκεται μέσα στο νερό άρα $\Delta f = 0$.

5. Ισχύει $\varepsilon \varphi 30^\circ = \frac{d}{h} \Rightarrow d = \sqrt{3} \text{ m}$ και $\varepsilon \varphi 30^\circ = \frac{z}{d} \Rightarrow z = \sqrt{3} \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow z = 1 \text{ m}$.

6. Για να παρατηρήσουμε το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης θα πρέπει η κρίσιμη γωνία να είναι Snell: $\eta \mu \theta_{\text{οπ}} = \frac{1}{n} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ή $\theta_{\text{οπ}} = 35^\circ$. Άρα για κάθε γωνία πρόσπτωσης $\theta > 35^\circ$ θα παρατηρούμε το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης.

7. Αν το πλάτος της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του ΗΛΜ κύματος μέσα στην πισίνα είναι $E_{\text{max}} = 10^{-2} \text{ V/m}$ τότε έχουμε $c = \frac{E_{\text{max}}}{B_{\text{max}}} \Rightarrow B_{\text{max}} = \frac{10^{-10} \sqrt{3}}{3} \text{ T}$.

Και τότε η εξίσωση της έντασης του μαγνητικού πεδίου του ΗΛΜ κύματος μέσα στην πισίνα είναι $B = B_{\text{max}} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow B = \frac{10^{-10} \sqrt{3}}{3} \eta \mu 2\pi \left(5 \cdot 10^{14} t - \frac{10^7 \sqrt{3} x}{6} \right)$ (S.I).

8. Σε χρόνο $t = T$ είναι $x = \lambda$

Για $t = T$ είναι $B = \frac{10^{-10} \sqrt{3}}{3} \eta \mu 2\pi \left(1 - \frac{10^7 \sqrt{3} x}{6} \right)$.

Για $x = 0$ είναι $B = 0$ και $E = 0$ ενώ $\frac{\Delta E}{\Delta t} > 0$ και $\frac{\Delta B}{\Delta t} > 0$.

Τότε το στιγμιότυπο του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου του ΗΛΜ κύματος που διαδίδεται μέσα στην πισίνα είναι το παρακάτω.

