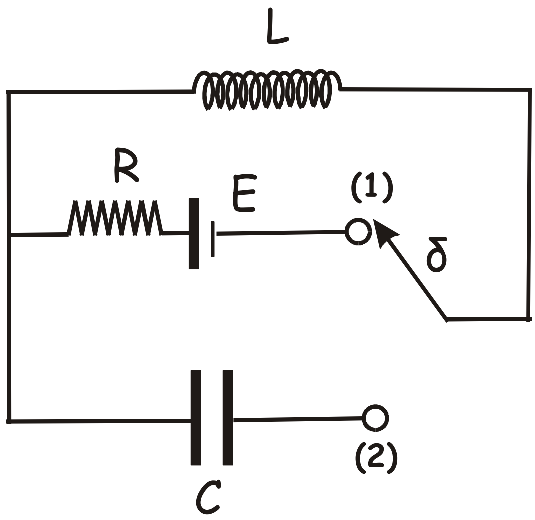
42. ΚΥΚΛΩΜΑ E-R-L-C.

Α)Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται:
$E=3V$, $R=10\Omega$, $L=10^{-2}H$ και $C=10^{-4}F$.
Κάποια χρονική στιγμή μεταφέρουμε το διακόπτη στη θέση (1).
Να βρείτε:
α) Την τελική τιμή I_0 της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα.
β) Το ρυθμό μεταβολής $\frac{\Delta i}{\Delta t}$, της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος στο πηνίο τη στιγμή t_1, που η ένταση του ρεύματος γίνεται ίση με $i=\frac{I_0}{2}$
γ) το ρυθμό με τον οποίο αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου $\frac{\Delta U_B}{\Delta t}$ τη στιγμή t_1.



Β) Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ που ένταση του ρεύματος γίνεται $i=\frac{I_0}{2}$, μεταφέρουμε ακαριαία το διακόπτη στη θέση (2).
Να βρείτε:
α) Το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος στο πηνίο εκείνη τη στιγμή.
β) Την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος τη χρονική στιγμή t_2, που ο ρυθμός μεταβολής της $\frac{\Delta i}{\Delta t}$, γίνεται ίσος με αυτόν που υπολογίσατε τη χρονική στιγμή t_1.
γ) Το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου $\frac{\Delta U_B}{\Delta t}$ τη χρονική στιγμή t_2.

Συνοπτική λύση:

Αα) Η τελική τιμή I_0 της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα δίνεται από το νόμο του Ohm, $I_0=\frac{E}{R}=0{,}3A$.

β) Από το 2^o κανόνα του Kirchoff ισχύει, $E-iR-L\cdot\frac{\Delta i}{\Delta t}=0 \Rightarrow \frac{\Delta i}{\Delta t}=\frac{E-iR}{L}=\frac{3-0{,}15\cdot 10}{10^{-2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\Delta i}{\Delta t}=150A/s.$

γ) $\frac{\Delta U_B}{\Delta t}=E\cdot i-i^2R=3\cdot 0{,}15-0{,}15^2\cdot 10=0{,}45-0{,}225=0{,}225J/s.$

Βα) Έχουμε πλέον ένα κύκλωμα L-C που τη χρονική στιγμή t_0=0 έχει i=I=0,15A και φορτίο q=0. Για το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος ισχύει $\frac{\Delta i}{\Delta t} = -\omega^2 \cdot q$. Για t_0=0 είναι q=0, άρα $\frac{\Delta i}{\Delta t}=0$.

β) Τη χρονική στιγμή t_1 είναι $\frac{\Delta i}{\Delta t}=150A/s$, άρα για το κύκλωμα L-C έχουμε

$-\omega^2 \cdot q=150$ με $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=1000$ rad/s. Άρα προκύπτει $q=-\frac{150}{10^6} \Rightarrow q=-1,5 \cdot 10^{-4}C$.

Όμως για το φορτίο q, έχουμε q=Qημωt με $I=\omega \cdot Q \Rightarrow Q=\frac{I}{\omega}=\frac{0,15}{10^3}=1,5 \cdot 10^{-4}C$.

Δηλαδή είναι $q=1,5 \cdot 10^{-4}$ημ(1000·t) (S.I).
Τότε για $q=-1,5 \cdot 10^{-4}C$ προκύπτει $-1,5 \cdot 10^{-4}=1,5 \cdot 10^{-4}$ημ$(1000 \cdot t_2) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ημ$(1000 \cdot t_2)=-$ημ$\frac{\pi}{2} \Rightarrow 1000t_2=\frac{3\pi}{2} \Rightarrow t_2=\frac{3\pi}{2.000}$ s$=\frac{3T}{4}$.

Τότε για την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος έχουμε i=I·συνωt⇒

$\Rightarrow i=I \cdot$συν$(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3T}{4}) \Rightarrow i=I \cdot$ συν$\frac{3\pi}{2} \Rightarrow i=0$.

γ) Για το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου $\frac{\Delta U_B}{\Delta t}$ ισχύει ότι $\frac{\Delta U_B}{\Delta t}=-\frac{\Delta U_E}{\Delta t}=-V_c \cdot i$. Τη χρονική στιγμή t_2 είναι i=0 άρα $\frac{\Delta U_B}{\Delta t}=0$.